

ОБ ОДНОМ ГИБРИДНОМ СПОСОБЕ РЕШЕНИЯ СЛОЖНОЙ СИСТЕМЫ ИЗ ДЕСЯТИ УРАВНЕНИЙ

Р.Н. Баротов¹

преподаватель, e-mail: ruzmet.tj@mail.ru

Д.Н. Баротов²

старший преподаватель, e-mail: DNBarotov@fa.ru

¹Худжандский государственный университет имени академика Б. Гафурова, Худжанд, Таджикистан

²Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации, Москва, Россия

Аннотация. В данной работе изучается задача разрешимости системы из 10 уравнений, зависящей от целочисленного неотрицательного параметра n и описывающей особое состояние таблицы чисел, представляющее интерес, в том числе, с точки зрения математической игры. В результате изучения гибридным подходом устанавливается, что рассматриваемая система уравнений разрешима не при всех значениях параметра n , а именно, во-первых, сначала доказав первую априорную оценку решения, а затем на базе первой априорной оценки доказав более уточненную оценку и тем самым существенно сузив область поиска решения, а во-вторых, на основе улучшенной оценки перебрав на компьютере все оставшиеся варианты, которые могут быть решением, доказываемся неразрешимость рассматриваемой системы при $n = 6$. Также доказываемся критерий, когда $(x_0^*, x_1^*, \dots, x_9^*) \in \mathbb{N}^{10}$ будет являться решением рассматриваемой системы при некотором значении параметра n . Помимо этого, в конце работы доказываемся факт, из которого, в частности, следует, что число значений параметра n , при которых рассматриваемая система разрешима, не мало, а именно, следует, что множество значений параметра n , при которых рассматриваемая система разрешима, счётно.

Ключевые слова: разрешимость системы, система уравнений, магическая таблица.

Краткое введение и постановка задачи

Изучение задачи, описывающей либо особое магическое состояние таблицы чисел, либо игру, связанную с таблицей чисел, является, с одной стороны, увлекательным занятием [1, 2], а с другой стороны, актуальным и важным. Потому что при изучении некоторых из таких задач, особенно при установлении неразрешимости задачи в специальном случае [2], когда в других случаях решение может быть найдено легко, например подбором, разрабатываются новые математические подходы, которые могут быть применены и обобщены при решении других аналогичных задач и построении и анализе математических игр [3].

В данной работе для произвольного неотрицательного целого числа n исследуем разрешимость системы из 10 уравнений вида

$$\begin{cases} x_0 = 1 + \beta_0(n) + \beta_0(x_0) + \beta_0(x_1) + \dots + \beta_0(x_9) \\ x_1 = 1 + \beta_1(n) + \beta_1(x_0) + \beta_1(x_1) + \dots + \beta_1(x_9) \\ \dots \\ x_9 = 1 + \beta_9(n) + \beta_9(x_0) + \beta_9(x_1) + \dots + \beta_9(x_9) \end{cases}, \quad (1)$$

где $\beta_k(n)$ – количество цифр $k \in \{0, 1, \dots, 9\}$ в неотрицательном целом числе n , а $x_0, x_1, \dots, x_9$ – искомые неизвестные натуральные числа, описывающей специальное магическое состояние таблицы чисел вида

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
n	x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9

(2)

а именно, для любой цифры $k \in \{0, 1, \dots, 9\}$ число x_k , стоящее под ней, равно количеству цифр k во всей таблице.

Отметим, что система (1) разрешима при $n \in \{0, 1, 2\}$. Действительно, для этого, ввиду вышеописанной связи между системой (1) и таблицей (2), достаточно привести следующие таблицы

0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	2	6	4	1	2	1	2	1	1	1

1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	1	8	3	2	1	1	1	1	2	1

2	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	1	7	3	3	1	1	1	2	1	1

Основываясь на этой мотивации, изучаем разрешимость нелинейной системы из 10 диофантовых уравнений (1) для произвольного неотрицательного целого числа n . В результате изучения гибридным подходом устанавливается, что система (1) разрешима не при всех значениях параметра n , а именно, во-первых, сначала доказав первую априорную оценку решения, а затем на базе первой априорной оценки доказав более уточнённую оценку и тем самым существенно сузив область поиска решения, а во-вторых, на основе улучшенной оценки перебрав на компьютере все оставшиеся варианты, которые могут быть решением, доказываем неразрешимость системы (1) при $n = 6$. Также доказываем критерий, когда $(x_0^*, x_1^*, \dots, x_9^*) \in \mathbb{N}^{10}$ будет являться решением системы (1) при некотором значении параметра n . Помимо этого, в конце работы доказываем факт, из которого, в частности, следует, что множество значений параметра n , при которых система (1) имеет не менее 3 решений, является счётным.

1. Используемые обозначения

Пусть $\alpha(n) = \begin{cases} 1 + [lg(n)], & \text{если } n \in \mathbb{N} \\ 1, & \text{если } n = 0 \end{cases}$ – количество всех цифр в неотрицательном целом числе n .

Пусть $\beta_k(n)$ – количество цифр k в неотрицательном целом числе n .

Пусть $\gamma(n) = \min_{k \in \{x \in \mathbb{N}: 10^{x-1} - 10 \cdot x - \alpha(n) \geq 1\}} k$ – минимальное натуральное решение неравенства $10^{x-1} - 10 \cdot x - \alpha(n) - 1 \geq 0$.

Замечание 1. Отметим, что для любого неотрицательного целого n положительное целое число $\gamma(n)$ определено корректно и также удовлетворяет неравенству

$$1 + lg(\alpha(n)) < \gamma(n) < 4 + lg(\alpha(n)).$$

2. Априорная оценка решения общей системы

Начнём изложение с формулировки и обоснования априорной оценки решения системы (1).

Утверждение 1. Если $(x_0^*, x_1^*, \dots, x_9^*) \in \mathbb{N}^{10}$ является решением системы (1), то справедлива оценка

$$x_k^* < 10 \cdot \gamma(n) + \alpha(n) - 9 \quad \forall k \in \{0, 1, \dots, 9\}. \quad (3)$$

Доказательство. Прежде всего отметим, что $\exists i \in \{0, 1, \dots, 9\} : x_i^* \geq x_j^* \quad \forall j \in \{0, 1, \dots, 9\}$, иначе говоря, $x_i^* = \max(x_0^*, x_1^*, \dots, x_9^*)$. Пусть $x_i^* = \overline{a_{s-1}a_{s-2}\dots a_1a_0} - s$ -значное число, где $a_{s-1} \in \{1, \dots, 9\}$. Доказательство начнём с обоснования вспомогательной априорной оценки вида

$$\max(x_0^*, x_1^*, \dots, x_9^*) < 10^{\gamma(n)-1}. \quad (4)$$

От противного: пусть

$$x_i^* \geq 10^{\gamma(n)-1}. \quad (5)$$

Тогда, с одной стороны, ввиду $s, \gamma(n) \in \mathbb{N}$ получим, что имеет место цепочка

$$x_i^* \geq 10^{s-1} \geq 10^{\gamma(n)-1}, \quad (6)$$

а с другой стороны, ввиду $(i+1)$ -го уравнения системы (1), получим

$$x_i^* = 1 + \beta_i(n) + \beta_i(x_0^*) + \beta_i(x_1^*) + \dots + \beta_i(x_9^*) < 1 + \alpha(n) + 10 \cdot s. \quad (7)$$

Отсюда следует

$$10^{s-1} \leq x_i^* < 10 \cdot s + \alpha(n) + 1. \quad (8)$$

Но это противоречие, так как ввиду правой части (6) и определения $\gamma(n)$ имеем

$$10^{s-1} \geq 10 \cdot s + \alpha(n) + 1. \quad (9)$$

Справедливость вспомогательной априорной оценки вида (4) обоснована. Теперь, основываясь на (4), обоснуем более точную оценку вида (3). Действительно, в силу (4) имеем, что $x_i^* = \max(x_0^*, x_1^*, \dots, x_9^*)$ – не более чем $(\gamma(n) - 1)$ -значное число. Тогда в силу (7) имеем

$$x_i^* < 1 + \alpha(n) + 10 \cdot s \leq 10 \cdot (\gamma(n) - 1) + \alpha(n) + 1 = 10 \cdot \gamma(n) + \alpha(n) - 9. \quad (10)$$

Оценка, полученная в (10), завершает доказательство. Утверждение доказано. ■

3. Установление неразрешимости конкретной системы

В данном разделе докажем, что при $n = 6$ конкретная система уравнений вида (1) является несовместной.

Утверждение 2. Система уравнений вида

$$\begin{cases} x_0 = 1 + \beta_0(6) + \beta_0(x_0) + \beta_0(x_1) + \dots + \beta_0(x_9) \\ x_1 = 1 + \beta_1(6) + \beta_1(x_0) + \beta_1(x_1) + \dots + \beta_1(x_9) \\ \dots \\ x_9 = 1 + \beta_9(6) + \beta_9(x_0) + \beta_9(x_1) + \dots + \beta_9(x_9) \end{cases}, \quad (11)$$

где $(x_0, x_1, \dots, x_9) \in \mathbb{N}^{10}$, неразрешима.

Доказательство. Сначала докажем, что если $(x_0^*, x_1^*, \dots, x_9^*) \in \mathbb{N}^{10}$ – есть решение системы (11), то имеет место следующая оценка

$$x_k^* \leq 9 \quad \forall k \in \{2, 3, 4, 5, 7, 8, 9\}. \quad (12)$$

Согласно вышеприведённому определению имеем, что $\gamma(n) = \gamma(6) = 3$. Следовательно, ввиду (3) имеем, что если $(x_0^*, x_1^*, \dots, x_9^*) \in \mathbb{N}^{10}$ – есть решение системы (11), то справедливо неравенство

$$1 \leq x_j^* < 10 \cdot \gamma(6) + \alpha(6) - 9 = 22 \quad \forall j \in \{0, 1, \dots, 9\}. \quad (13)$$

На основании (13) справедливость (12) обоснуем от противного. Пусть $x_k^* \geq 10$ для некоторого $k \in \{2, 3, 4, 5, 7, 8, 9\}$. Тогда, ввиду $(k + 1)$ -го уравнения системы (11), оценки (13) и включения $k \in \{2, 3, 4, 5, 7, 8, 9\}$, получим

$$10 \leq x_k^* = 1 + \beta_k(6) + \beta_k(x_0^*) + \beta_k(x_1^*) + \dots + \beta_k(x_9^*) \leq 1 + 0 + 1 + 1 + \dots + 1 = 11. \quad (14)$$

Основываясь на (14) относительно возможного значения x_k^* , рассмотрим два случая.

Случай 1. Пусть $x_k^* = 11$. Тогда, ввиду $(k+1)$ -го уравнения системы (11), оценки (13) и включения $k \in \{2, 3, 4, 5, 7, 8, 9\}$, получим

$$11 = x_k^* = 1 + \beta_k(6) + \beta_k(11) + \sum_{\substack{j=0 \\ j \neq k}}^9 \beta_k(x_j^*) \leq 1 + 0 + 0 + \sum_{\substack{j=0 \\ j \neq k}}^9 1 = 10. \quad (15)$$

В (15) возникло противоречие.

Случай 2. Пусть $x_k^* = 10$. Тогда, ввиду $(k+1)$ -го уравнения системы (11), оценки (13) и включения $k \in \{2, 3, 4, 5, 7, 8, 9\}$, получим

$$x_j^* \in \{k, 10 + k\} \quad \forall j \in \{0, 1, \dots, 9\} \setminus \{k\}. \quad (16)$$

Основываясь на (16) и ввиду 1-го уравнения системы (11) получаем

$$\begin{cases} x_0^* \in \{k, 10 + k\} \\ x_0^* = 1 + \beta_0(6) + \beta_0(10) + \sum_{\substack{j=0 \\ j \neq k}}^9 \beta_0(x_j^*) = 2 \end{cases} \quad (17)$$

Если $k \neq 2$, то полученное в (17) противоречит $k \neq 2$, а если $k = 2$, то в 4-м уравнении системы (11) возникнет противоречие следующего вида

$$1 = 1 + \beta_3(6) + \beta_3(10) + \sum_{\substack{j=0 \\ j \neq k}}^9 \beta_3(x_j^*) = x_3^* \in \{2, 12\}. \quad (18)$$

Возникшее противоречие в (18) завершает обоснование справедливости оценки (12). Теперь, благодаря доказанной оценке (12), используя аналогичные рассуждения, нетрудно доказать, что если $(x_0^*, x_1^*, \dots, x_9^*) \in \mathbb{N}^{10}$ – есть решение системы (11), то справедлива следующая оценка

$$x_k^* \leq 9 \quad \forall k \in \{0, 1, 6\}. \quad (19)$$

Объединяя полученные оценки (12) и (19), имеем

$$x_k^* \leq 9 \quad \forall k \in \{0, 1, \dots, 9\}. \quad (20)$$

Таким образом, с одной стороны, исходя из априорных оценок, имеем, что если система (11) имеет решение, то должно выполняться неравенство (20), а с другой стороны, перебрав на компьютере все варианты (20), которые могут быть решением, поскольку их осталось немного, нетрудно убедиться, что система (11) неразрешима. Утверждение доказано. ■

4. Мощность множества значений параметра n , при которых система разрешима

В этом разделе докажем, что множество значений параметра n , при которых система разрешима, является счётным.

Утверждение 3. Множество значений целочисленного неотрицательного параметра n , при которых система (1) разрешима, счётно.

Доказательство. Пусть S – множество значений целочисленного неотрицательного параметра n , при которых система (1) разрешима. Тогда имеет место включение

$$S \subset \{0, 1, 2, \dots\} = \{0\} \cup \mathbb{N}. \quad (21)$$

Теперь рассмотрим множество вида

$$S^* = \left\{ \underbrace{111\dots 11}_{\left(\frac{1}{9}(10^{m^*+2}-1)-m^*-12\right)\text{ раз}} : m \in \mathbb{N} \right\}. \quad (22)$$

Покажем, что имеет место включение

$$S^* \subset S. \quad (23)$$

Действительно, если $n = \underbrace{111\dots 11}_{\left(\frac{1}{9}(10^{m^*+2}-1)-m^*-12\right)\text{ раз}}$, то система (1) разрешима, так как нетрудно заметить, что

$$\left(1, \frac{1}{9}(10^{m^*+2}-1), 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1\right)$$

является решением системы (1). В силу счётности множеств S^* и $\{0\} \cup \mathbb{N}$ и включений (21) и (23) получаем, что множество S счётно. Утверждение доказано. ■

Теперь рассмотрим эту задачу с несколько иной позиции, а именно, выясним, когда конкретный упорядоченный набор натуральных чисел $(x_0^*, x_1^*, \dots, x_9^*)$ будет являться решением системы (1) при некотором n .

Утверждение 4. Для того чтобы упорядоченный набор натуральных чисел $(x_0^*, x_1^*, \dots, x_9^*)$ был решением системы (1) при некотором n , необходимо и достаточно, чтобы выполнялись следующие два условия:

- 1) для каждого $i \in \{0, 1, \dots, 9\}$ выполняется неравенство $m_i^* \geq 0$, где $m_i^* = x_i^* - 1 - \sum_{k=0}^9 \beta_i(x_k^*)$,
- 2) либо выполняется неравенство $(m_1^*, \dots, m_9^*) \neq (0, \dots, 0)$, либо выполняется равенство $(m_0^*, m_1^*, \dots, m_9^*) = (1, 0, \dots, 0)$.

Доказательство. Необходимость. Пусть $(x_0^*, x_1^*, \dots, x_9^*)$ является решением системы (1) при некотором $n^* \in \{0, 1, 2, \dots\}$. Тогда, ввиду определения $\beta_k(n)$ и $(i+1)$ -го уравнения системы (1), получаем

$$\beta_i(n^*) = x_i^* - 1 - \sum_{k=0}^9 \beta_i(x_k^*) = m_i^* \geq 0.$$

Чтобы обосновать справедливость условия 2), рассмотрим два случая.

Случай 1. Пусть $n^* = 0$. Тогда получим

$$(m_0^*, m_1^*, \dots, m_9^*) = (\beta_0(0), \beta_0(1), \dots, \beta_0(9)) = (1, 0, \dots, 0).$$

Случай 2. Пусть $n^* \in \mathbb{N}$. Тогда $\exists j \in \{1, 2, \dots, 9\}$ такой, что $\beta_j(n^*) \geq 1$ и, следовательно,

$$(m_1^*, \dots, m_9^*) = (\beta_1(n^*), \dots, \beta_9(n^*)) \neq (0, \dots, 0).$$

Достаточность. Пусть $(x_0^*, x_1^*, \dots, x_9^*)$ удовлетворяют условиям 1) и 2). Тогда, конструируя число в виде

$$n^* = \underbrace{999\dots 9}_{m_9^*-\text{раз}} \underbrace{888\dots 8}_{m_8^*-\text{раз}} \dots \underbrace{111\dots 1}_{m_1^*-\text{раз}} \underbrace{000\dots 0}_{m_0^*-\text{раз}}, \quad (24)$$

ввиду условий 1) и 2) число n^* корректно записано (определено), обоснуем, что $(x_0^*, x_1^*, \dots, x_9^*)$ будет решением системы (1) при $n = n^*$. Действительно, в силу (24), для каждого $i \in \{0, 1, \dots, 9\}$ имеем

$$x_i^* = 1 + \beta_i(n^*) + \sum_{k=0}^9 \beta_i(x_k^*) = 1 + m_i^* + \sum_{k=0}^9 \beta_i(x_k^*) = 1 + x_i^* - 1 = x_i^*.$$

Утверждение доказано. ■

В конце работы докажем еще одно утверждение, которое будет усилением утверждения 3.

Утверждение 5. Пусть $(s_{k,0}, s_{k,1}, \dots, s_{k,9})_{k=1}^m$ — m различных решений системы (1) при $n = n^* \in \mathbb{N}$ таких, что $s_{1,i} = s_{2,i} = \dots = s_{m,i} = s_i$ для некоторого $i \in \{0, 1, \dots, 9\}$. Тогда система (1) при $n = n^* \cdot 10^{9s_i+i-1} + \frac{i}{9}(10^{9s_i+i-1} - 1)$ имеет не менее m различных решений.

Доказательство. Достаточно обосновать, что $\forall k \in \{1, 2, \dots, m\}$ упорядоченный набор $(s_{k,0}, \dots, s_{k,i-1}, 10s_i + i, s_{k,i+1}, \dots, s_{k,9})$ является решением системы (1) при $n = n^* \cdot 10^{9s_i+i-1} + \frac{i}{9}(10^{9s_i+i-1} - 1)$. Действительно, если $j \in \{0, 1, \dots, 9\} \setminus \{i\}$, то ввиду того, что $(s_{k,0}, \dots, s_{k,i-1}, s_i, s_{k,i+1}, \dots, s_{k,9})$ является решением системы (1) при $n = n^*$, выполняется равенство

$$\begin{aligned} s_{k,j} &= 1 + \beta_j \left(n^* \cdot 10^{9s_i+i-1} + \frac{i}{9}(10^{9s_i+i-1} - 1) \right) + \beta_j(10s_i + i) + \sum_{\substack{l=0 \\ l \neq i}}^9 \beta_j(s_{k,l}) = \\ &= 1 + \beta_j(n^*) + \beta_j(s_i) + \sum_{\substack{l=0 \\ l \neq i}}^9 \beta_j(s_{k,l}) = 1 + \beta_j(n^*) + \sum_{l=0}^9 \beta_j(s_{k,l}) = s_{k,j}, \end{aligned} \quad (25)$$

а если $j = i$, то ввиду того, что $(s_{k,0}, \dots, s_{k,i-1}, s_i, s_{k,i+1}, \dots, s_{k,9})$ является решением системы (1) при $n = n^*$, выполняется равенство

$$\begin{aligned} 10s_i + i &= 1 + \beta_i \left(n^* \cdot 10^{9s_i+i-1} + \frac{i}{9}(10^{9s_i+i-1} - 1) \right) + \beta_i(10s_i + i) + \sum_{\substack{l=0 \\ l \neq i}}^9 \beta_i(s_{k,l}) = \\ &= 1 + \beta_i(n^*) + 9s_i + i - 1 + \beta_i(s_i) + 1 + \sum_{\substack{l=0 \\ l \neq i}}^9 \beta_i(s_{k,l}) = \\ &= 9s_i + i + \left(1 + \beta_i(n^*) + \sum_{l=0}^9 \beta_i(s_{k,l}) \right) = 9s_i + i + s_i = 10s_i + i. \end{aligned} \quad (26)$$

Ввиду произвольности $k \in \{1, 2, \dots, m\}$ в аргументированных равенствах (25) и (26), получим, что $(s_{k,0}, \dots, s_{k,i-1}, 10s_i + i, s_{k,i+1}, \dots, s_{k,9})$ является решением системы (1) при $n = n^* \cdot 10^{9s_i+i-1} + \frac{i}{9}(10^{9s_i+i-1} - 1)$ для любого $k \in \{1, 2, \dots, m\}$. Утверждение доказано. ■

Замечание 2. Отметим, что i -е координаты всех новых m различных решений, предъявленных в доказательстве утверждения 5, одинаковы и, следовательно, если система (1) имеет m различных решений с общей i -й, $i \in \{0, 1, \dots, 9\}$, координатой при $n = n^*$, то множество значений параметра n , при которых система (1) имеет не менее m различных решений с общей i -й координатой, является счётным.

Действительно, так как каждый раз, на основе текущего набора из m различных решений с общей i -й координатой при $n = n^*$, повторяя доказательство (процесс), предъявляем следующее натуральное число, которое больше n^* и такое, что система (1) имеет не менее m различных решений с общей i -й координатой при значении параметра n , равном которому.

Замечание 3. Объединение утверждения 5 и замечания 2, учитывая, что $(1, 6, 3, 3, 1, 1, 2, 1, 2, 1)$, $(1, 6, 4, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1)$ и $(1, 8, 1, 3, 1, 1, 1, 1, 3, 1)$ являются решениями системы (1) при $n = 8$, является усилением утверждения 3, а именно, влечёт справедливость, в частности, того факта, что множество значений параметра n , при которых система (1) имеет не менее 3 решений, является счётным.

Заключение

В работе благодаря доказанным априорным оценкам установлено, что система (1), зависящая от неотрицательного целого параметра n , разрешима не при всех значениях параметра n . Доказан критерий, когда $(x_0^*, x_1^*, \dots, x_9^*) \in \mathbb{N}^{10}$ будет являться решением системы (1) при некотором n . Также доказано, что множество значений параметра n , при которых система (1) имеет не менее 3 решений, является счётным. Полученный результат и предложенный подход могут быть использованы при решении аналогичных задач, а также при построении и анализе математических компьютерных игр.

Литература

1. Кыдыралиев С.К., Урдалетова А.Б. Нестареющие магические квадраты. Часть 1 // Вестник Кыргызско-Российского Славянского университета. 2018. Т. 18, № 12. С. 15–19.
2. Долгов О.Т. Игра в 15 // Журнал «Квант». 1974. № 2. С. 26–33.
3. Гарднер М. Математические досуги. М.: Мир, 1972. 496 с.

ON A HYBRID METHOD FOR SOLVING A COMPLEX SYSTEM OF THE TEN EQUATIONS

R.N. Barotov¹

Instructor, e-mail: ruzmet.tj@mail.ru

D.N. Barotov²

Assistant Professor, e-mail: DNBarotov@fa.ru

¹Khujand State University named after Academician B. Gafurov, Khujand, Tajikistan

²Financial University under the Government of the Russian Federation, Moscow, Russia

Abstract. In this paper, we study the problem of solvability of a system of 10 equations depending on an integer non-negative parameter n and describing a special state of a table of numbers, which is of interest, among other things, from the point of view of a mathematical game. As a result of studying the hybrid approach, it is established that the system of equations under consideration is not solvable for all values of the parameter n , namely, first, by proving the first a priori estimate of the solution, and then, based on the first a priori estimate, proving a more refined estimate and thereby significantly narrowing the search area for a solution, and second, based on the improved estimate, having sorted out on a computer all the remaining options that can be a solution, the unsolvability of the system under consideration is proven for $n = 6$. We also prove a criterion when $(x_0^*, x_1^*, \dots, x_9^*) \in \mathbb{N}^{10}$ will be a solution to the system under consideration for a certain value of the parameter n . In addition, at the end of the work a fact is proved from which, in particular, it follows that the number of values of the parameter n for which the system under consideration is solvable is not small; namely, it follows that the set of values of the parameter n for which the system under consideration is solvable is countable.

Keywords: solvability of the system, system of equations, magic table.

Дата поступления в редакцию: 08.11.2024