

ТЕОРЕТИКО-ГРУППОВОЕ ОПИСАНИЕ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ЭЛЕМЕНТОВ. VII: СПИН И УДВОЕНИЕ ПЕРИОДОВ

В.В. Варламов

д.ф.-м.н., профессор, e-mail: varlamov@subsiiu.ru

Сибирский государственный индустриальный университет, Новокузнецк, Россия

Аннотация. Периодическая система химических элементов определяется в рамках весовой диаграммы алгебры Ли четвёртого ранга группы вращений восьмимерного псевдоевклидова пространства нейтральной сигнатуры. Удвоение периодов объясняется действием четвёртого генератора Картана.

Ключевые слова: периодическая системы, алгебра Ли, весовая диаграмма, спин, четвёртое измерение.

Введение

Понятие спина ввёл В. Паули в 1925 г., объясняя дублетную структуру спектра щелочных металлов (аномальный эффект Зеемана): «Дублетная структура спектров щелочных металлов, а также нарушение теоремы Лармора согласно этой точке зрения объясняется своеобразной, классически не описываемой двузначностью квантотеоретических свойств излучающего электрона» [1, с. 644]. Б. Ван дер Варден отмечает: «Эту неподдающуюся классическому описанию двузначность электрона ныне мы называем спином» [2, с. 236]. Понятие спина возникло из анализа спектроскопической проблемы, непосредственно связанной со структурой периодической системы химических элементов. Спин является четвёртым квантовым числом, без которого невозможно квантовомеханическое описание структуры периодической системы (схема Aufbau Бора [3]).

Однако до сих пор, спустя 100 лет, спин остаётся загадкой. Все попытки связать спин с трёхмерными механическими представлениями оказались безуспешными. Спин является четвёртой степенью свободы, не поддающейся описанию классической кинематической моделью в трёх измерениях. Понятие спина для своего адекватного описания требует введения четвёртого измерения. В статье [4], являющейся продолжением серии работ [5–9], дано новое представление периодической системы химических элементов в рамках весовой диаграммы алгебры Ли $\mathfrak{so}(4, 4)$ четвёртого ранга. При этом квантовые числа n, l, m, s соответствуют собственным числам $\nu, \lambda, \mu, \sigma$ генераторов Картана максимальной абелевой подалгебры $\mathfrak{K} \subset \mathfrak{so}(4, 4)$ (подалгебры Картана). Весовая диаграмма алгебры $\mathfrak{so}(4, 4)$ реализуется в четырёхмерном пространстве. Генератор спина $\mathbf{L}_{78}$ индуцирует расщепление («двуделение») базиса алгебры $\mathfrak{so}(4, 4)$, что приводит к двум трёхмерным проекциям весовой диаграммы [4].

В настоящей статье после введения в правило Маделунга (п. 2) рассматривается подробное описание новой формы представления периодической системы в рамках двух трёхмерных проекций четырёхмерной весовой диаграммы алгебры $\mathfrak{so}(4, 4)$. В п. 3 показывается, что расщепление базиса алгебры $\mathfrak{so}(4, 4)$ приводит к двум корневым системам (кубоктаэдрам), каждая из которых изоморфна корневой системе алгебры $\mathfrak{so}(4, 2)$ (алгебра Ли конформной группы $SO(4, 2)$). В п. 4 анализируется теоретико-групповая схема Островского – Фета удвоения периодов, главным недостатком которой является введение пятого квантового числа, не имеющего реально-го аналога. Показывается, что генератор спина $\mathbf{L}_{78}$ в силу более высокой симметрии группы $SO(4, 4)$ включает оба «удвоения» схемы Островского – Фета (спиновое и периодов).

1. Правило Маделунга

Как известно, по мере увеличения заряда атомного ядра Z в периодической таблице Менделеева заполнение орбиталей в нейтральном атоме задаётся в определённой последовательности, которая традиционно называется схемой Aufbau [3]. Очевидно, что схема Aufbau определяется последовательностью одноэлектронных уровней ε_{nl} на энергетической шкале. Эта последовательность зависит от свойств эффективного одноэлектронного центрального поля (кулонова поля с потенциалом $-Z/r$). Длины периодов в водородоподобной схеме Aufbau соответствуют водородным n -оболочкам: $2n^2 = 2, 8, 18, 32, 50, \dots$. Сравнение с подробными численными квантовыми расчётами для многоэлектронных систем и эмпирическими данными показывает, что для *высокоионизированных* атомов упорядочивание (n, l) действительно работает [10].

Однако структура *нейтральных атомов* имеет первостепенное значение, когда речь идёт о периодической системе Менделеева. Здесь правило (n, l) не выполняется. Это означает, что эффективный потенциал сильно отличается от кулоновского, что приводит к существенной перестройке спектра. Возникает перекрытие между группами энергетических уровней с разными главными квантовыми числами n . Исчезает n -группировка уровней, и появляются новые типы регулярностей [10–12].

Эмпирически было замечено, что периодическая система хорошо описывается правилом Маделунга $(n + l, n)$: орбитали заполняются в порядке возрастания суммы $N \equiv n + l$, а для фиксированного N – в порядке возрастания n . Преимущество схемы $(n + l, n)$, по сравнению с правилом (n, l) , особенно ясно видно из графического построения, приведённого Ю.Н. Демковым и В.Н. Островским [11].

Более подробное сравнение последовательностей одноэлектронных уровней в обеих схемах в ещё большей степени показывает преимущество правила Маделунга:

Схема Aufbau (n, l) :

$$\underbrace{1s}_{\dim=2}^{n=1} \ll \underbrace{2s < 2p}_{\dim=8}^{n=2} \ll \underbrace{3s < 3p < 3d}_{\dim=18}^{n=3} \ll \underbrace{4s < 4p < 4d < 4f}_{\dim=32}^{n=4} \ll$$

она им была неизвестна, а к этой форме периодической таблицы Менделеева они пришли независимо в результате исследования групповых свойств периодической системы. В той же форме (левосторонней таблицы Жанэ) может быть представлено 8-периодическое расширение (таблица Сиборга) периодической системы (см. рис. 1, 2 в [6]), а также 10-периодическое расширение (см. рис. 1 в [7]).

Удвоение периодов означает, что всё многообразие химических элементов естественным образом распадается на два множества с суммой $n + l$, чётной или нечётной, где n и l – главное и орбитальное квантовые числа соответственно. В результате элементы из одного и того же (чётного или нечётного) множества химически более схожи, чем элементы из разных множеств [8].

В рамках теоретико-группового описания [10, 16, 17] химические элементы представляются различными состояниями

$$|Z\rangle = |n, l, m, s\rangle \quad (1)$$

единой квантовой системы, где кет-вектор вида (1) зависит от четырёх квантовых чисел² водородоподобной системы и образует базис бесконечномерного гильбертова пространства. В табл. 1 кет-векторы (1) расположены в возрастающем порядке атомного номера Z согласно нумерации Маделунга. В четвёртом столбце стоит сумма $n + l$; чётная – «+» и нечётная – «-».

Таблица 1. Базис Маделунга

Z	Элемент	Вектор $ n, l, m, s\rangle$	$n + l$	Конфигурация
1	H	$ 1, 0, 0, -1/2\rangle$	–	$1s^1$
2	He	$ 1, 0, 0, +1/2\rangle$	–	$1s^2$
3	Li	$ 2, 0, 0, -1/2\rangle$	+	[He] $2s^1$
4	Be	$ 2, 0, 0, +1/2\rangle$	+	[He] $2s^2$
5	B	$ 2, 1, -1, -1/2\rangle$	–	[He] $2s^2 2p^1$
6	C	$ 2, 1, 0, -1/2\rangle$	–	[He] $2s^2 2p^2$
7	N	$ 2, 1, 1, -1/2\rangle$	–	[He] $2s^2 2p^3$
8	O	$ 2, 1, -1, +1/2\rangle$	–	[He] $2s^2 2p^4$
9	F	$ 2, 1, 0, +1/2\rangle$	–	[He] $2s^2 2p^5$
10	Ne	$ 2, 1, 1, +1/2\rangle$	–	[He] $2s^2 2p^6$
11	Na	$ 3, 0, 0, -1/2\rangle$	–	[Ne] $3s^1$
12	Mg	$ 3, 0, 0, +1/2\rangle$	–	[Ne] $3s^2$
13	Al	$ 3, 1, -1, -1/2\rangle$	+	[Ne] $3s^2 3p^1$
14	Si	$ 3, 1, 0, -1/2\rangle$	+	[Ne] $3s^2 3p^2$

²Теоретико-групповой смысл квантовых чисел будет рассмотрен ниже в п. 3.

Z	Элемент	Вектор $ n, l, m, s\rangle$	$n + l$	Конфигурация
15	P	$ 3, 1, 1, -1/2\rangle$	+	[Ne] $3s^2 3p^3$
16	S	$ 3, 1, -1, +1/2\rangle$	+	[Ne] $3s^2 3p^4$
17	Cl	$ 3, 1, -1, +1/2\rangle$	+	[Ne] $3s^2 3p^5$
18	Ar	$ 3, 1, 1, +1/2\rangle$	+	[Ne] $3s^2 3p^6$
19	K	$ 4, 0, 0, -1/2\rangle$	+	[Ar] $4s^1$
20	Ca	$ 4, 0, 0, +1/2\rangle$	+	[Ar] $4s^2$
21	Sc	$ 3, 2, -2, -1/2\rangle$	–	[Ar] $3d^1 4s^2$
22	Ti	$ 3, 2, -1, -1/2\rangle$	–	[Ar] $3d^2 4s^2$
23	V	$ 3, 2, 0, -1/2\rangle$	–	[Ar] $3d^3 4s^2$
24	Cr	$ 3, 2, 1, -1/2\rangle$	–	[Ar] $3d^5 4s^1$
25	Mn	$ 3, 2, 2, -1/2\rangle$	–	[Ar] $3d^5 4s^2$
26	Fe	$ 3, 2, -2, +1/2\rangle$	–	[Ar] $3d^6 4s^2$
27	Co	$ 3, 2, -1, +1/2\rangle$	–	[Ar] $3d^7 4s^2$
28	Ni	$ 3, 2, 0, +1/2\rangle$	–	[Ar] $3d^8 4s^2$
29	Cu	$ 3, 2, 1, +1/2\rangle$	–	[Ar] $3d^{10} 4s^1$
30	Zn	$ 3, 2, 2, +1/2\rangle$	–	[Ar] $3d^{10} 4s^2$
31	Ga	$ 4, 1, -1, -1/2\rangle$	–	[Ar] $3d^{10} 4s^2 4p^1$
32	Ge	$ 4, 1, 0, -1/2\rangle$	–	[Ar] $3d^{10} 4s^2 4p^2$
33	As	$ 4, 1, 1, -1/2\rangle$	–	[Ar] $3d^{10} 4s^2 4p^3$
34	Se	$ 4, 1, -1, +1/2\rangle$	–	[Ar] $3d^{10} 4s^2 4p^4$
35	Br	$ 4, 1, 0, +1/2\rangle$	–	[Ar] $3d^{10} 4s^2 4p^5$
36	Kr	$ 4, 1, 1, +1/2\rangle$	–	[Ar] $3d^{10} 4s^2 4p^6$
37	Rb	$ 5, 0, 0, -1/2\rangle$	–	[Kr] $5s^1$
38	Sr	$ 5, 0, 0, +1/2\rangle$	–	[Kr] $5s^2$
39	Y	$ 4, 2, -2, -1/2\rangle$	+	[Kr] $4d^1 5s^2$
40	Zr	$ 4, 2, -1, -1/2\rangle$	+	[Kr] $4d^2 5s^2$
41	Nb	$ 4, 2, 0, -1/2\rangle$	+	[Kr] $4d^4 5s^1$
42	Mo	$ 4, 2, 1, -1/2\rangle$	+	[Kr] $4d^5 5s^1$
43	Tc	$ 4, 2, 2, -1/2\rangle$	+	[Kr] $4d^5 5s^2$
44	Ru	$ 4, 2, -2, +1/2\rangle$	+	[Kr] $4d^7 5s^1$
45	Rh	$ 4, 2, -1, +1/2\rangle$	+	[Kr] $4d^8 5s^1$
46	Pd	$ 4, 2, 0, +1/2\rangle$	+	[Kr] $4d^{10}$
47	Pd	$ 4, 2, 1, +1/2\rangle$	+	[Kr] $4d^{10} 5s^1$
48	Cd	$ 4, 2, 2, +1/2\rangle$	+	[Kr] $4d^{10} 5s^2$
49	In	$ 5, 1, -1, -1/2\rangle$	+	[Kr] $4d^{10} 5s^2 5p^1$
50	Sn	$ 5, 1, 0, -1/2\rangle$	+	[Kr] $4d^{10} 5s^2 5p^2$
51	Sb	$ 5, 1, 1, -1/2\rangle$	+	[Kr] $4d^{10} 5s^2 5p^3$
52	Te	$ 5, 1, -1, +1/2\rangle$	+	[Kr] $4d^{10} 5s^2 5p^4$
53	I	$ 5, 1, 0, +1/2\rangle$	+	[Kr] $4d^{10} 5s^2 5p^5$
54	Xe	$ 5, 1, 1, +1/2\rangle$	+	[Kr] $4d^{10} 5s^2 5p^6$
55	Cs	$ 6, 0, 0, -1/2\rangle$	+	[Xe] $6s^1$
56	Ba	$ 6, 0, 0, +1/2\rangle$	+	[Xe] $6s^2$
57	La	$ 4, 3, -3, -1/2\rangle$	–	[Xe] $5d^1 6s^2$

Z	Элемент	Вектор $ n, l, m, s\rangle$	$n + l$	Конфигурация
58	Ce	$ 4, 3, -2, -1/2\rangle$	—	[Xe] $4f^1 5d^1 6s^2$
59	Pr	$ 4, 3, -1, -1/2\rangle$	—	[Xe] $4f^3 6s^2$
60	Nd	$ 4, 3, 0, -1/2\rangle$	—	[Xe] $4f^4 6s^2$
61	Pm	$ 4, 3, 1, -1/2\rangle$	—	[Xe] $4f^5 6s^2$
62	Sm	$ 4, 3, 2, -1/2\rangle$	—	[Xe] $4f^6 6s^2$
63	Eu	$ 4, 3, 3, -1/2\rangle$	—	[Xe] $4f^7 6s^2$
64	Gd	$ 4, 3, -3, +1/2\rangle$	—	[Xe] $4f^7 5d^1 6s^2$
65	Tb	$ 4, 3, -2, +1/2\rangle$	—	[Xe] $4f^9 6s^2$
66	Dy	$ 4, 3, -1, +1/2\rangle$	—	[Xe] $4f^{10} 6s^2$
67	Ho	$ 4, 3, 0, +1/2\rangle$	—	[Xe] $4f^{11} 6s^2$
68	Er	$ 4, 3, 1, +1/2\rangle$	—	[Xe] $4f^{12} 6s^2$
69	Tm	$ 4, 3, 2, +1/2\rangle$	—	[Xe] $4f^{13} 6s^2$
70	Yb	$ 4, 3, 3, +1/2\rangle$	—	[Xe] $4f^{14} 6s^2$
71	Lu	$ 5, 2, -2, -1/2\rangle$	—	[Xe] $4f^{14} 5d^1 6s^2$
72	Hf	$ 5, 2, -1, -1/2\rangle$	—	[Xe] $4f^{14} 5d^2 6s^2$
73	Ta	$ 5, 2, 0, -1/2\rangle$	—	[Xe] $4f^{14} 5d^3 6s^2$
74	W	$ 5, 2, 1, -1/2\rangle$	—	[Xe] $4f^{14} 5d^4 6s^2$
75	Re	$ 5, 2, 2, -1/2\rangle$	—	[Xe] $4f^{14} 5d^5 6s^2$
76	Os	$ 5, 2, -2, +1/2\rangle$	—	[Xe] $4f^{14} 5d^6 6s^2$
77	Ir	$ 5, 2, -1, +1/2\rangle$	—	[Xe] $4f^{14} 5d^7 6s^2$
78	Pt	$ 5, 2, 0, +1/2\rangle$	—	[Xe] $4f^{14} 5d^9 6s^1$
79	Au	$ 5, 2, 1, +1/2\rangle$	—	[Xe] $4f^{14} 5d^{10} 6s^1$
80	Hg	$ 5, 2, 2, +1/2\rangle$	—	[Xe] $4f^{14} 5d^{10} 6s^2$
81	Tl	$ 6, 1, -1, -1/2\rangle$	—	[Xe] $4f^{14} 5d^{10} 6s^2 6p^1$
82	Pb	$ 6, 1, 0, -1/2\rangle$	—	[Xe] $4f^{14} 5d^{10} 6s^2 6p^2$
83	Bi	$ 6, 1, 1, -1/2\rangle$	—	[Xe] $4f^{14} 5d^{10} 6s^2 6p^3$
84	Po	$ 6, 1, -1, +1/2\rangle$	—	[Xe] $4f^{14} 5d^{10} 6s^2 6p^4$
85	At	$ 6, 1, 0, +1/2\rangle$	—	[Xe] $4f^{14} 5d^{10} 6s^2 6p^5$
86	Rn	$ 6, 1, 1, +1/2\rangle$	—	[Xe] $4f^{14} 5d^{10} 6s^2 6p^6$
87	Fr	$ 7, 0, 0, -1/2\rangle$	—	[Rn] $7s^1$
88	Ra	$ 7, 0, 0, +1/2\rangle$	—	[Rn] $7s^2$
89	Ac	$ 5, 3, -3, -1/2\rangle$	+	[Rn] $6d^1 7s^2$
90	Th	$ 5, 3, -2, -1/2\rangle$	+	[Rn] $6d^2 7s^2$
91	Pa	$ 5, 3, -1, -1/2\rangle$	+	[Rn] $5f^2 6d^2 7s^2$
92	U	$ 5, 3, 0, -1/2\rangle$	+	[Rn] $5f^3 6d^2 7s^2$
93	Np	$ 5, 3, 1, -1/2\rangle$	+	[Rn] $5f^4 6d^2 7s^2$
94	Np	$ 5, 3, 2, -1/2\rangle$	+	[Rn] $5f^6 7s^2$
95	Am	$ 5, 3, 3, -1/2\rangle$	+	[Rn] $5f^7 7s^2$
96	Cm	$ 5, 3, -3, +1/2\rangle$	+	[Rn] $5f^7 6d^1 7s^2$
97	Bk	$ 5, 3, -2, +1/2\rangle$	+	[Rn] $5f^9 7s^2$
98	Cf	$ 5, 3, -1, +1/2\rangle$	+	[Rn] $5f^{10} 7s^2$
99	Es	$ 5, 3, 0, +1/2\rangle$	+	[Rn] $5f^{11} 7s^2$

Z	Элемент	Вектор $ n, l, m, s\rangle$	$n + l$	Конфигурация
100	Fm	$ 5, 3, 1, +1/2\rangle$	+	[Rn] $5f^{12}7s^2$
101	Md	$ 5, 3, 2, +1/2\rangle$	+	[Rn] $5f^{13}7s^2$
102	No	$ 5, 3, 3, +1/2\rangle$	+	[Rn] $5f^{14}7s^2$
103	Lr	$ 6, 2, -2, -1/2\rangle$	+	[Rn] $5f^{14}6d^17s^2$
104	Rf	$ 6, 2, -1, -1/2\rangle$	+	[Rn] $5f^{14}6d^27s^2$
105	Db	$ 6, 2, 0, -1/2\rangle$	+	[Rn] $5f^{14}6d^37s^2$
106	Sg	$ 6, 2, 1, -1/2\rangle$	+	[Rn] $5f^{14}6d^47s^2$
107	Bh	$ 6, 2, 2, -1/2\rangle$	+	[Rn] $5f^{14}6d^57s^2$
108	Hs	$ 6, 2, -2, +1/2\rangle$	+	[Rn] $5f^{14}6d^67s^2$
109	Mt	$ 6, 2, -1, +1/2\rangle$	+	[Rn] $5f^{14}6d^77s^2$
110	Ds	$ 6, 2, 0, +1/2\rangle$	+	[Rn] $5f^{14}6d^87s^2$
111	Rg	$ 6, 2, 1, +1/2\rangle$	+	[Rn] $5f^{14}6d^97s^2$
112	Cn	$ 6, 2, 2, +1/2\rangle$	+	[Rn] $5f^{14}6d^{10}7s^2$
113	Nh	$ 7, 1, -1, -1/2\rangle$	+	[Rn] $5f^{14}6d^{10}7s^27p^1$
114	Fl	$ 7, 1, 0, -1/2\rangle$	+	[Rn] $5f^{14}6d^{10}7s^27p^2$
115	Mc	$ 7, 1, 1, -1/2\rangle$	+	[Rn] $5f^{14}6d^{10}7s^27p^3$
116	Lv	$ 7, 1, -1, +1/2\rangle$	+	[Rn] $5f^{14}6d^{10}7s^27p^4$
117	Lv	$ 7, 1, 0, +1/2\rangle$	+	[Rn] $5f^{14}6d^{10}7s^27p^5$
118	Og	$ 7, 1, 1, +1/2\rangle$	+	[Rn] $5f^{14}6d^{10}7s^27p^6$
119	Uue	$ 8, 0, 0, -1/2\rangle$	+	[Og] $8s^1$
120	Ubn	$ 8, 0, 0, +1/2\rangle$	+	[Og] $8s^2$

2. Периодическая система и группа $SO(4, 4)$

Четыре квантовых числа n, l, m, s , входящих в кет-вектор (1), задают четыре степени свободы. Первые три квантовых числа n, l, m имеют ясное геометрическое истолкование в Polygonfläche Генцеля [18] и трёхмерной системе Финке [19] (см. также [4]). Однако четвёртое квантовое число s (спин) выходит за рамки трёхмерного представления и требует для своего адекватного описания введения четвёртого измерения³.

Связать спин с четвёртым измерением позволяет теория групп. Так, согласно теоретико-групповому описанию периодической системы [5, 16, 17], первые три квантовых числа n, l и m соответствуют собственным числам ν, λ и μ_λ генераторов $\mathbf{L}_{56}, \mathbf{L}_{12}$ и $\mathbf{L}_{34}$, образующих подалгебру Картана $\mathfrak{K}$ алгебры Ли $\mathfrak{so}(4, 2)$ конформной группы $SO(4, 2)$. $\mathfrak{so}(4, 2)$ есть алгебра Ли третьего ранга, поэтому все корневые и весовые диаграммы этой алгебры являются трёхмерными системами. Для адекватного описания спина в рамках теоретико-групповой схемы требуется переход к алгебре Ли четвёртого ранга. Такой алгеброй является $\mathfrak{so}(4, 4)$ – алгебра Ли группы вращений $SO(4, 4)$ восьмимерного псевдоевклидова пространства $\mathbb{R}^{4,4}$ [4]. В этом случае подалгебра Картана $\mathfrak{K} \subset \mathfrak{so}(4, 4)$ содержит четыре генератора $\mathbf{L}_{56}, \mathbf{L}_{12}, \mathbf{L}_{34}$ и

³В системах Генцеля и Финке спин учитывается искусственным образом в виде точек на трансверсальных. Это ясно показывает, что понятие спина не вмещается в трёхмерное пространство, и все трёхмерные механические интерпретации (на подобие волчка Гаудсмита – Уленбека) не в состоянии описать спин по определению.

$\mathbf{L}_{78}$. Четвёртый генератор $\mathbf{L}_{78}$, понимаемый как генератор спина⁴, коммутирует со всеми 15 генераторами подалгебры $\mathfrak{so}(4, 2)$. Как следствие, базис Картана – Вейля для алгебры $\mathfrak{so}(4, 4)$

$$\{\mathbf{L}_{12}, \mathbf{L}_{34}, \mathbf{L}_{56}, \mathbf{L}_{78}, {}^1\mathbf{K}_+, {}^1\mathbf{K}_-, {}^1\mathbf{J}_+, {}^1\mathbf{J}_-, {}^1\mathbf{T}_+, {}^1\mathbf{T}_-, {}^1\mathbf{S}_+, {}^1\mathbf{S}_-, {}^1\mathbf{P}_+, {}^1\mathbf{P}_-, {}^1\mathbf{Q}_+, {}^1\mathbf{Q}_-, {}^2\mathbf{K}_+, {}^2\mathbf{K}_-, {}^2\mathbf{J}_+, {}^2\mathbf{J}_-, {}^2\mathbf{T}_+, {}^2\mathbf{T}_-, {}^2\mathbf{S}_+, {}^2\mathbf{S}_-, {}^2\mathbf{P}_+, {}^2\mathbf{P}_-, {}^2\mathbf{Q}_+, {}^2\mathbf{Q}_-\}$$

расщепляется на два структурно идентичных базиса

$$\left\{ {}^1\mathbf{K}_3, {}^1\mathbf{J}_3, {}^1\mathbf{T}_0, {}^1\mathbf{S}_0, {}^1\mathbf{P}_0, {}^1\mathbf{Q}_0, {}^1\mathbf{K}_+, {}^1\mathbf{K}_-, {}^1\mathbf{J}_+, {}^1\mathbf{J}_-, {}^1\mathbf{T}_+, {}^1\mathbf{T}_-, {}^1\mathbf{S}_+, {}^1\mathbf{S}_-, {}^1\mathbf{P}_+, {}^1\mathbf{P}_-, {}^1\mathbf{Q}_+, {}^1\mathbf{Q}_- \right\}, \quad (2)$$

$$\left\{ {}^2\mathbf{K}_3, {}^2\mathbf{J}_3, {}^2\mathbf{T}_0, {}^2\mathbf{S}_0, {}^2\mathbf{P}_0, {}^2\mathbf{Q}_0, {}^2\mathbf{K}_+, {}^2\mathbf{K}_-, {}^2\mathbf{J}_+, {}^2\mathbf{J}_-, {}^2\mathbf{T}_+, {}^2\mathbf{T}_-, {}^2\mathbf{S}_+, {}^2\mathbf{S}_-, {}^2\mathbf{P}_+, {}^2\mathbf{P}_-, {}^2\mathbf{Q}_+, {}^2\mathbf{Q}_- \right\}, \quad (3)$$

каждый из которых изоморфен базису Яо [20] для групповой алгебры двулистного накрытия $\text{Spin}_+(4, 2) \simeq \text{SU}(2, 2)$. Базисы (2) и (3) определяют две корневые системы:

$$\left. \begin{aligned} \alpha({}^1\mathbf{K}_+) &= (+1, +1, 0), & \alpha({}^1\mathbf{T}_+) &= (+1, 0, +1), & \alpha({}^1\mathbf{P}_+) &= (0, +1, +1), \\ \alpha({}^1\mathbf{K}_-) &= (-1, -1, 0), & \alpha({}^1\mathbf{T}_-) &= (-1, 0, -1), & \alpha({}^1\mathbf{P}_-) &= (0, -1, -1), \\ \alpha({}^1\mathbf{J}_+) &= (-1, +1, 0), & \alpha({}^1\mathbf{S}_+) &= (-1, 0, +1), & \alpha({}^1\mathbf{Q}_+) &= (0, -1, +1), \\ \alpha({}^1\mathbf{J}_-) &= (+1, -1, 0), & \alpha({}^1\mathbf{S}_-) &= (+1, 0, -1), & \alpha({}^1\mathbf{Q}_-) &= (0, +1, -1), \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

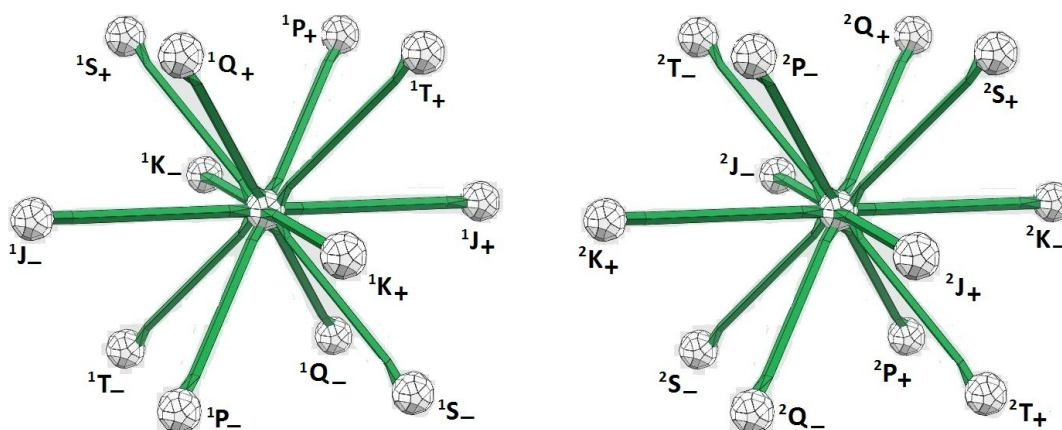
$$\left. \begin{aligned} \alpha({}^2\mathbf{K}_+) &= (+1, -1, 0), & \alpha({}^2\mathbf{T}_+) &= (+1, 0, -1), & \alpha({}^2\mathbf{P}_+) &= (0, +1, -1), \\ \alpha({}^2\mathbf{K}_-) &= (-1, +1, 0), & \alpha({}^2\mathbf{T}_-) &= (-1, 0, +1), & \alpha({}^2\mathbf{P}_-) &= (0, -1, +1), \\ \alpha({}^2\mathbf{J}_+) &= (+1, +1, 0), & \alpha({}^2\mathbf{S}_+) &= (+1, 0, +1), & \alpha({}^2\mathbf{Q}_+) &= (0, +1, +1), \\ \alpha({}^2\mathbf{J}_-) &= (-1, -1, 0), & \alpha({}^2\mathbf{S}_-) &= (-1, 0, -1), & \alpha({}^2\mathbf{Q}_-) &= (0, -1, -1), \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$$\alpha(\mathbf{L}_3) = (0, 0, 0), \quad \alpha(\mathbf{A}_3) = (0, 0, 0), \quad \alpha(\Delta_3) = (0, 0, 0).$$

Графически корневые системы (4) и (5) могут быть представлены двумя кубоктаэдрами, показанными на рис. 2. Оси левого кубоктаэдра повернуты против часовой стрелки, соответственно оси правого кубоктаэдра повернуты по часовой.

На рис. 3 представлены две трёхмерные проекции ($\text{SO}(4, 2)$ -башни) весовой диаграммы алгебры Ли $\mathfrak{so}(4, 4)$ группы вращений $\text{SO}(4, 4)$ восьмимерного псевдоевклидова пространства $\mathbb{R}^{4,4}$, соответствующие корневым системам (4) и (5). Вертикальные оси каждой $\text{SO}(4, 2)$ -башни образованы собственными значениями генератора Картана $\Delta_3 = \mathbf{L}_{56}$, что добавляет к многообразию радиальный лестничный оператор. Каждый заданный этаж $\text{SO}(4, 2)$ -башни (круг Генцеля) характеризуется главным квантовым числом n . Горизонтальные полосы (на этажах) соответствуют различным l -подоболочкам (кольца Генцеля), а точки являются индивидуальными

⁴Собственное число σ генератора $\mathbf{L}_{78}$ соответствует четвёртому квантовому числу s .

Рис. 2. Корневые диаграммы (кубоктаэдры) расщеплённых базисов (2) и (3) алгебры Ли $so(4, 4)$

m -компонентами (конечномерными представлениями группы $SO(4, 2)$), задающими элементы периодической системы согласно правилу Маделунга. Жёлтым цветом обозначены кольца, содержащие элементы с нечётной суммой $n + l$, голубым цветом обозначены кольца с чётной суммой $n + l$. Гомологичные элементы соединяются вертикальными линиями (линии Бэйли – Томсена – Бора). Переходы между различными квантовыми уровнями обозначены направленными линиями (линии Генцеля). На радиальных осях $SO(4, 2)$ -башен расположены металлы с квантовыми числами $(n, l = 0, s = \pm 1/2)$, $n = 1, 2, \dots$. На радиальной оси $SO(4, 2)$ -башни с квантовым числом $s = -1/2$ (левая башня) расположены щелочные металлы I группы (**Li, Na, K, Rb, Cs, Fr, ...**), на правой башне ($s = +1/2$) радиальную ось населяют щелочноземельные металлы II группы (**Be, Mg, Ca, Sr, Ba, Ra, ...**). По мере удаления от радиальных осей к перифериям кругов Генцеля происходит уменьшение *металличности* элементов и нарастание *неметалличности*, этому соответствует движение слева направо по периоду в стандартной таблице Менделеева (металлы $\rightarrow$ амфотерные элементы $\rightarrow$ инертные газы).

Первый период таблицы Менделеева, включающий в себя водород **H** и гелий **He**, соответствует двум начальным точкам на диаграмме (первый этаж $n = 1$ $SO(4, 2)$ -башен), с которых начинаются последовательности элементов, с $s = -1/2$ и $s = +1/2$ соответственно. Первый период – это единственный период, не содержащий двойника. Второй элемент первого периода – гелий **He** – инертен и завершает собой период. В связи с этим возникает вопрос: где же в первом периоде та закономерная смена свойств от металличности к неметалличности (от полюса к полюсу)? Всё дело в том, что первый элемент первого периода – водород **H** – до некоторой степени амфотерный. По одним свойствам (он, например, одновалентен и образует однозарядный положительный ион H^+) водород близок к щелочным металлам I группы. Поэтому в некоторых изданиях таблицы Менделеева **H** помещается именно в этой группе. По другим же свойствам (например, начиная от способности образовывать отрицательный однозарядный ион H^- и кончая физическими свойствами газа водорода H_2) он ближе к элементам-галогенам VII группы. Можно сказать, что

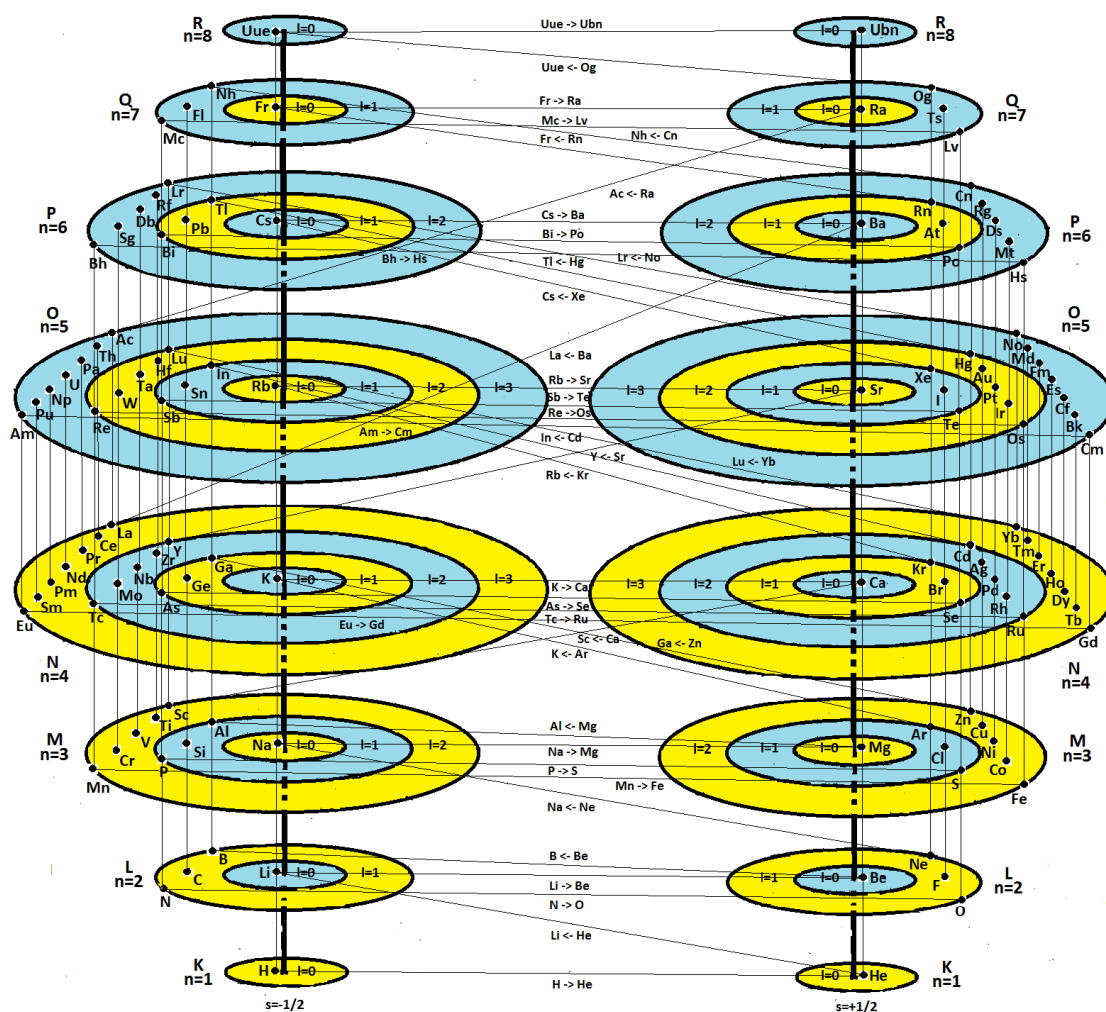


Рис. 3. Периодическая система химических элементов в расщеплённом базисе групповой алгебры двулистного накрытия $\text{Spin}_+(4, 2) \simeq \text{SU}(2, 2)$

водород **H** как бы совмещает разную «полюсность» свойств⁵. Линия Генцеля **He** → **Li** показывает переход на следующий ($n = 2$) квантовый уровень.

Второй период (этаж $n = 2$) содержит литий **Li** и бериллий **Be**, соединённые линией **Li** → **Be**. Далее по линии **Be** → **B** идёт переход к амфотерным элементам **B**, **C**, **N**, кольцо Генцеля ($n = 2, l = 1, s = -1/2$), после заполнения которого следует переход **N** → **O** и заполнение кольца ($n = 2, l = 1, s = +1/2$) до инертного газа неона **Ne**, тем самым завершая второй период и полное заселение 2-го этажа $\text{SO}(4, 2)$ -башен.

Третий период начинается с перехода **Ne** → **Na** (переход на 3-й этаж $n = 3$) от неона **Ne** к щелочному металлу натрию **Na**. Далее следует переход **Na** → **Mg** и повторяется заполнение колец ($n = 3, l = 1, s = -1/2$) и ($n = 3, l = 1, s = +1/2$)

⁵По этой причине в таблице Менделеева символ водорода **H** фигурирует дважды: и в I, и в VII группах. Обычно в одной из этих групп его символ заключают в круглые скобки, желая этим показать меньшее его право находиться в данной группе. Дискуссия о подлинном месте водорода в периодической системе имеет долгую историю. С позиции настоящего теоретико-группового подхода водород **H** принадлежит к щелочным металлам I группы.

амфотерными элементами **Al**, **Si**, ... до аргона **Ar** (третий период является удвоением (двойником) второго периода). Третий период завершён, но 3-й этаж $SO(4, 2)$ -башен пока остаётся не полностью заселённым.

Четвёртый период начинается с перехода **Ar** → **K** (переход на 4-й этаж $n = 4$ левой башни $s = -1/2$) от инертного газа аргона **Ar** к щелочному металлу калию **K**, и далее идёт переход **K** → **Ca**, после которого происходит возврат на 3-й этаж (**Ca** → **Sc**) и заполнение кольца ($n = 3, l = 2, s = -1/2$) переходными металлами побочных подгрупп от скандия **Sc** до марганца **Mn**. Затем, после перехода **Mn** → **Fe**, заполняется кольцо ($n = 3, l = 2, s = +1/2$) правой башни переходными металлами побочных подгрупп, начиная с железа **Fe** и заканчивая цинком **Zn**. Далее следует переход **Zn** → **Ga**, и продолжается заселение 4-го этажа амфотерными элементами (полуметаллами) **Ga**, **Ge**, **As** кольца ($n = 4, l = 1, s = -1/2$). После перехода **As** → **Se** завершается четвёртый период заполнением кольца ($n = 4, l = 1, s = +1/2$) амфотерными элементами **Se**, **Br**, **Kr**. Четвёртый период завершён, но 4-й этаж $SO(4, 2)$ -башен остаётся не полностью заселённым.

Пятый период является двойником четвёртого и так же, как 4-й, содержит 18 элементов. Соответственно структура его заполнения аналогична четвёртому периоду. **Kr** → **Rb** задаёт переход на 5-й этаж левой $SO(4, 2)$ -башни от инертного газа криптона **Kr** к щелочному металлу рубидию **Rb**. Далее следует возврат **Rb** → **Sr** на правую башню, после которого следует переход **Sr** → **Y** на 4-й этаж левой башни и заполнение кольца ($n = 4, l = 2, s = -1/2$) переходными металлами **Y**, **Zr**, ..., **Tc**. Затем следует переход **Tc** → **Ru** и заполнение кольца ($n = 4, l = 2, s = +1/2$), начиная от переходного металла рутения **Ru** до кадмия **Cd**. Переход **Cd** → **In** задаёт возврат на 5-й этаж левой башни, после чего заполняется кольцо ($n = 5, l = 1, s = -1/2$) постпереходными металлами (полуметаллами) **In**, **Sn**, **Sb**. После перехода **Sb** → **Te** завершается пятый период заполнением кольца ($n = 5, l = 1, s = +1/2$) от металлоида теллура **Te** до инертного газа ксенона **Xe**. Пятый период завершён, однако 4-й и 5-й этажи $SO(4, 2)$ -башен остаются пока не полностью заселёнными.

Шестой период начинается с перехода **Xe** → **Cs** (переход на 6-й этаж левой башни) от ксенона **Xe** к щелочному металлу цезию **Cs**. Далее после перехода на 6-й этаж правой башни **Cs** → **Ba** идёт спуск **Ba** → **La** на 4-й этаж левой башни и заполнение кольца ($n = 4, l = 3, s = -1/2$) лантаноидами (редкоземельными металлами) **La**, **Ce**, ..., **Eu**. После перехода **Eu** → **Gd** на 4-й этаж правой башни продолжается заполнение семейства лантаноидов **Gd**, **Tb**, ..., **Yb**. 4-й этаж $SO(4, 2)$ -башен полностью заселён. Семейство лантаноидов заполняет внешние кольца 4-го этажа. Подъём **Yb** → **Lu** на 5-й этаж левой башни продолжает заселение кольца ($n = 5, l = 2, s = -1/2$) переходными металлами, начиная с лютеция⁶ **Lu** до рения **Re**. Переход к осмию **Os**, **Re** → **Os**, начинает заселение кольца ($n = 5, l = 2, s = +1/2$) остав-

⁶Имеет место двойственность в классификации элемента **Lu**. С одной стороны, считается, что лютеций **Lu** является последним элементом в серии лантаноидов, т. е. относится к редкоземельным металлам. С другой стороны, он также может быть классифицирован как первый элемент переходных металлов шестого периода. Согласно предлагаемой интерпретации и как следует из построения на диаграмме рис. 3, лютеций **Lu** является переходным металлом шестого периода. Семейство лантаноидов содержит 14 элементов (**La**, **Ce**, ..., **Yb**) и располагается на внешних кольцах ($n = 4, l = 3, s = -1/2$) и ($n = 4, l = 3, s = +1/2$) 4-го этажа $SO(4, 2)$ -башен.

шимися переходными металлами шестого периода: **Os**, **Ir**, ..., **Hg**. Подъём **Hg** → **Tl** продолжает заполнение 6-го этажа левой башни тяжёлыми постпереходными металлами **Tl**, **Pb**, **Bi** в кольце ($n = 6, l = 1, s = -1/2$). После перехода **Bi** → **Po** завершается шестой период заполнением кольца ($n = 6, l = 1, s = +1/2$) от полуметалла полония **Po** до радона (инертного газа) **Rn**. Шестой период завершён, однако 5-й и 6-й этажи $SO(4, 2)$ -башен остаются не полностью заселёнными.

Седьмой период (последний период таблицы Менделеева) является двойником шестого и так же, как шестой, содержит 32 элемента. Начинается период с перехода **Rn** → **Fr**, от инертного газа радона **Rn** к щелочному металлу францию **Fr** на 7-м этаже левой башни. Затем следует переход **Fr** → **Ra** на правую башню и спуск **Ra** → **Ac** на 5-й этаж левой башни к семейству актиноидов **Ac**, **Th**, ..., **Am**, заселяющих кольцо ($n = 5, l = 3, s = -1/2$). Далее переход **Am** → **Cm** на 5-й этаж правой башни продолжает заполнение семейства актиноидов элементами **Cm**, **Bk**, ..., **No** в кольце ($n = 5, l = 3, s = +1/2$). 5-й этаж $SO(4, 2)$ -башен заселён⁷. Семейство актиноидов заполняет внешние кольца 5-го этажа и содержит 14 элементов. Элементы этого семейства являются гомологами элементов семейства лантаноидов, расположенного ниже, на 4-м этаже. Гомологичность элементов этих семейств отмечена вертикальными линиями (линии Бэйли – Томсена – Бора). Подъём **No** → **Lr** на 6-й этаж левой башни продолжает заселение кольца ($n = 6, l = 2, s = -1/2$) переходными металлами, начиная с лоуренсия⁸ **Lr** и заканчивая борием **Bh**. Переход к хассию **Hs**, **Bh** → **Hs**, начинает заселение кольца ($n = 6, l = 2, s = +1/2$) оставшимися переходными металлами седьмого периода: **Hs**, **Mt**, ..., **Cn**. Подъём **Cn** → **Nh** продолжает заполнение 7-го этажа левой башни тяжёлыми постпереходными металлами седьмого периода в кольце ($n = 7, l = 1, s = -1/2$): **Nh**, **Fl**, **Mc**. После перехода **Mc** → **Lv** завершается седьмой период заполнением кольца ($n = 7, l = 1, s = +1/2$) от постпереходного металла ливермория **Lv** до инертного газа оганессона **Og**. Седьмой период завершён. Однако 5-й, 6-й и 7-й этажи $SO(4, 2)$ -башен остаются не полностью заселёнными.

Переход **Og** → **Uue** от инертного газа оганессона **Og** к гипотетическому элементу⁹ **Uue** начинает восьмой период периодической системы элементов, который уже выходит за пределы обычной семипериодической таблицы Менделеева. С восьмого периода начинается таблица Сиборга [6], элементы которой заполняют пустующие кольца 5-го, 6-го и 7-го этажей $SO(4, 2)$ -башен. И далее башни уходят в бесконеч-

⁷Однако, в отличие от предыдущего (шестого) периода, в котором семейство лантаноидов полностью заселяло 4-й этаж, в случае седьмого периода 5-й этаж остаётся *не полностью* заселённым, а именно пустуют кольца ($n = 5, l = 4, s = -1/2$) и ($n = 5, l = 4, s = +1/2$). Эти кольца заполняются гипотетическими элементами восьмого периода таблицы Сиборга (более подробно см. [6]).

⁸Также, как и в случае с лютецием **Lu**, имеет место двойственность в классификации элемента **Lr**. С одной стороны, считается, что лоуренсий **Lr** является последним элементом в серии актиноидов, а с другой стороны, он также может быть классифицирован как первый элемент переходных металлов седьмого периода. Согласно построению на диаграмме рис. 3 лоуренсий **Lr** является первым переходным металлом седьмого периода, а также он является гомологом лютеция **Lu** (первый переходный металл шестого периода), что указано на диаграмме соответствующей вертикальной линией. Таким образом, семейство актиноидов **Ac**, **Th**, ..., **No** содержит 14 элементов и располагается на внешних кольцах ($n = 5, l = 3, s = -1/2$) и ($n = 5, l = 3, s = +1/2$) 5-го этажа $SO(4, 2)$ -башен, являясь в то же время гомологом семейства лантаноидов.

⁹Согласно логике построения на диаграмме рис. 3 **Uue** – щелочной металл.

ность, причём по обе стороны от плоскости (L_3, A_3), образуя тем самым пирамиды материи и антиматерии.

3. Удвоение периодов

П.-О. Лёудин в статье [21] отмечает, что отсутствие теоретического объяснения удвоения периодов (как утверждается в [22, 23], имеющее место до сих пор) равнозначно отсутствию теоретического понимания периодической системы химических элементов в целом.

Рассмотрим, каким образом удвоение периодов описывалось В.Н. Островским [24] и А.И. Фетом [16]¹⁰. Группа Островского [24]

$$G_O = O(4, 2) \otimes SU(2)_S \otimes SU(2)_T \quad (6)$$

и группа Фета [16]

$$G_F = SO(4, 2) \otimes SU(2) \otimes SU(2)' \quad (7)$$

имеют аналогичную структуру¹¹. Подгруппа $O(4) \otimes SU(2)_S \otimes SU(2)_T$ в (6) содержит симметрию $O(4)$, которая приводит к представлениям размерности n^2 . Посредством расширения группы $O(4)$ до $O(4) \otimes SU(2)_S$ размерности представлений удваиваются до $2n^2$. Нижний индекс S здесь указывает на физическое происхождение группы $SU(2)$ от электронного спина $m_s = \pm 1/2$. В.Н. Островский называл это «горизонтальное» удвоение длин периодов *спиновым удвоением*. А.И. Фет называет это *первым удвоением* $SO(4, 2) \otimes SU(2)$, представление этой группы имеет вид $F_s^+ = \varphi_2 \otimes F^+$, где φ_2 – унитарное представление группы $SU(2)$ в пространстве $C(2)$; F^+ – расширение представления Фока F для подгруппы $SO(4)$ на конформную группу $SO(4, 2)$. Это приводит к *двум копиям* представлений группы $SO(4, 2) \otimes 1$, которые реализуются в двух различных гильбертовых пространствах $\mathcal{H}_+$ и $\mathcal{H}_-$. Далее А.И. Фет вводит три генератора τ_+ , τ_- и τ_3 алгебры $\mathfrak{su}(2)$, где τ_3 действует как генератор Картана, который перестановочен со всеми генераторами подгруппы $SO(4, 2) \otimes 1$ и различает состояния из обоих подпространств $\mathcal{H}_+$ и $\mathcal{H}_-$, а лестничные операторы $\tau_{\pm}$ (генераторы Вейля) действуют как операторы сдвига между $\mathcal{H}_+$ и $\mathcal{H}_-$. На рис. 4 представлена таблица Жанэ в пирамидальной форме, где клетки таблицы (химические элементы) сопровождаются квантовыми числами группы Фета (первый базис Фета). Из рисунка видно, что «горизонтальное» (спиновое) удвоение соответствует двойному расщеплению μ -компонент λ -мультиплетов. «Вертикальное» удвоение длин периодов, известное как фактическое *удвоение периодов* в периодической системе, было сформулировано В.Н. Островским в теоретико-групповой форме путём введения второй группы $SU(2)$, обозначаемой $SU(2)_T$ и формально аналогичной группе изоспина. А.И. Фет называет это *вторым удвоением* $SO(4, 2) \otimes SU(2) \otimes SU(2)'$

¹⁰Ранее этих работ А. Барут [17] пытался объяснить удвоение периодов при помощи редукции представлений конформной группы $SO(4, 2)$ относительно подгруппы $SO(3, 2)$ (группы анти-де Ситтера). Известна также попытка О. Новаро [25] объяснить удвоение периодов посредством различия двух типов представлений $(j, j, 0)$ и $(j, 0, j)$ группы Новаро – Беррондо $G_{NB} = SU(2) \otimes SU(2) \otimes SU(2)$.

¹¹В более ранних работах [26, 27] А.И. Фет интерпретирует удвоение периодов посредством включения циклической группы $\mathbb{Z}_2$: $O(4, 2) \otimes SU(2) \otimes \mathbb{Z}_2$.

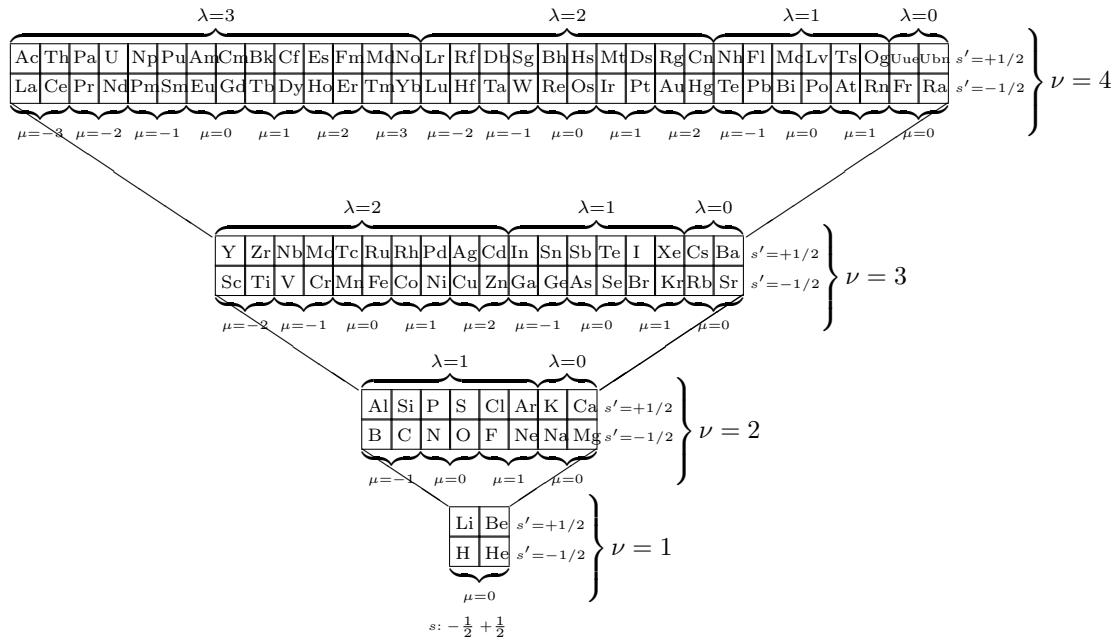


Рис. 4. Таблица Жанэ в пирамидальной форме

(группа Фета G_F), которое вводится аналогично первому удвоению, т. е. представление этой группы имеет вид $F_{ss'}^+ = \varphi_2' \otimes F_s^+$, где φ_2' – унитарное представление группы $SU(2)'$ в пространстве $C(2)$. В свою очередь, это приводит к двум копиям представлений группы $SO(4, 2) \otimes SU(2) \otimes 1$, которые реализуются в двух различных гильбертовых пространствах $\mathcal{H}'_+$ и $\mathcal{H}'_-$. Далее вводятся генераторы τ'_+ , τ'_- и τ'_3 алгебры $\mathfrak{su}(2)'$, где τ'_3 действует как генератор Картана, который коммутирует со всеми генераторами подгруппы $SO(4, 2) \otimes SU(2) \otimes 1$ и различает состояния из обоих подпространств $\mathcal{H}'_+$ и $\mathcal{H}'_-$, а генераторы Вейля $\tau'_\pm$ действуют как операторы сдвига между $\mathcal{H}'_+$ и $\mathcal{H}'_-$. На рис. 4 вертикальное удвоение, задаваемое *пятым квантовым числом s'* , соответствует двойному «вертикальному» расщеплению ν -блоков (ярусов пирамиды Жанэ).

Главным недостатком схемы Островского – Фета теоретико-группового описания удвоения периодов является искусственный характер введения пятого квантового числа, которое не имеет реального аналога, поскольку все состояния (элементы) периодической системы описываются четвёркой квантовых чисел (n, l, m, s) . Согласно А.И. Фету [16], набор $(\nu, \lambda, \mu, s, s')$ из пяти квантовых чисел группы G_F задаёт все состояния периодической системы, при этом $\nu = 1/2(n + l + 1)$ для нечётного значения суммы $n + l$ и $\nu = 1/2(n + l)$ для чётного значения $n + l$, что приводит к изменению правила Маделунга.

Обращаясь к анализу удвоения периодов в рамках $SO(4, 4)$, прежде всего, следует отметить, что группа $SO(4, 4)$ обладает более высокой симметрией, чем тензорные произведения¹² (6) и (7), которые являются подгруппами групп вращений десяти-

¹²Алгебра Ли $\mathfrak{so}(4, 4)$ содержит 28 независимых генераторов [4], в то время как $\mathfrak{so}(4, 2) \otimes \mathfrak{su}(2) \otimes \mathfrak{su}(2)'$ имеет 21 генератор.

тимерных пространств¹³. Как уже отмечалось выше в п. 3, четвёртый генератор $\mathbf{L}_{78}$ подалгебры Картана $\mathfrak{K} \subset \mathfrak{so}(4, 4)$, понимаемый как генератор спина, коммутирует со всеми 15 генераторами подалгебры $\mathfrak{so}(4, 2)$, что приводит к двойному расщеплению (2) и (3). Соответствующие базисам (2) и (3) весовые диаграммы показаны на рис. 3 (более подробно см. [4]). «Горизонтальное» (спиновое) удвоение схемы Островского – Фета в данном случае представляется двумя башнями представлений: $s = -1/2$ (водородная линия) и $s = 1/2$ (гелиевая линия). «Вертикальное» (фактическое) удвоение периодов задаётся этажами (кругами Генцеля) K, L, M, N, O, P, Q, R соответствующих $SO(4, 2)$ -башен (ярусы пирамиды представлений конформной группы, см. рис. 6 в [9]). При этом, в отличие от схемы Островского – Фета, не требуется введения дополнительного пятого квантового числа. Генератор Картана $\mathbf{L}_{78}$ в силу более высокой симметрии группы $SO(4, 4)$ объединяет с единой позиции функции генераторов τ_3 и τ'_3 схемы тензорных произведений (6) и (7).

Литература

1. Паули В. Труды по квантовой теории. Т. 1. М.: Наука, 1975. С. 634–644.
2. Ван дер Варден Б. Принцип запрета и спин / Теоретическая физика 20 века. М.: Изд. ин. лит., 1962, с. 231–284.
3. Бор Н. Избранные научные труды. М.: Наука, 1970. Т. 1. С. 318–375.
4. Варламов В.В. Теоретико-групповое описание периодической системы элементов. VI: Восьмимерное обобщение // Математические структуры и моделирование. 2025. № 2 (74). С. 18–32.
5. Варламов В.В. Теоретико-групповое описание периодической системы элементов // Математические структуры и моделирование. 2018. № 2 (46). С. 5–23.
6. Варламов В.В. Теоретико-групповое описание периодической системы элементов. II: Таблица Сиборга // Математические структуры и моделирование. 2019. № 1 (49). С. 5–21.
7. Варламов В.В. Теоретико-групповое описание периодической системы элементов. III: 10-периодическое расширение // Математические структуры и моделирование. 2019. № 3 (51). С. 5–20.
8. Варламов В.В. Теоретико-групповое описание периодической системы элементов. IV: Групповая алгебра // Математические структуры и моделирование. 2024. № 1 (69). С. 18–31.
9. Варламов В.В. Теоретико-групповое описание периодической системы элементов. V: Весовая диаграмма // Математические структуры и моделирование. 2024. № 3 (71). С. 4–18.
10. Ostrovsky V.N. Group theory and periodic system of elements // AIP Conference Proceedings. 1996. V. 365. P. 191–216.
11. Демков Ю.Н., Островский В.Н. Правило заполнения $n + l$ в периодической системе Менделеева и фокусирующие потенциалы // ЖЭТФ. 1972. Т. 68. С. 125–132.
12. Кораблева Т.П., Корольков Д.В. Теория периодической системы. СПб.: Изд-во С.-Петербург. ун-та, 2005.

¹³Соответственно их алгебры Ли имеют пятый ранг.

13. Janet C. The helicoidal classification of the elements // *Chemical News*. 1929. Vol. 138. P. 372–374, 388–393.
14. Варламов В.В. Спиральные модели периодической системы элементов. URL: https://dzen.ru/a/Zkhasn4m5Dd3aA_5 (дата обращения: 12.06.2025).
15. Румер Ю.Б., Фет А.И. Группа Spin(4) и таблица Менделеева // *ТМФ*. 1971. Т. 9. С. 203–209.
16. Фет А.И. Группа симметрии химических элементов. Новосибирск: Наука, 2010.
17. Barut A.O. Group Structure of the Periodic System / *The Structure of Matter: Rutherford Centennial Symposium*. Ed. by B.G. Wybourne. Christchurch, New Zeland: University of Canterbury Press, 1972. P. 126–136.
18. Haenzel G. Die Polygonfläche und das Periodische System der Elemente // *Zeitschrift für Physik*. 1943. Vol. 120. P. 283–300.
19. Bemerkungen F.W., Haenzel G. Die Polygonfläche und das Periodische System der Elemente // *Zeitschrift für Physik*. 1943. Vol. 121. P. 586–587.
20. Yao T. Unitary Irreducible Representations of SU(2,2). I // *Journal of Mathematical Physics*. 1967. Vol. 8. P. 1931–1954.
21. Löwdin P.-O. Some Comments on the Periodic System of the Elements // *International Journal of Quantum Chemistry*. 1969. Vol. 3. P. 331–334.
22. Scerri E. *Periodic Table: its story and its significance*. New York: Oxford University Press, 2019.
23. Thyssen P., Ceulemans A. *Shattered Symmetry: Group Theory from the Eightfold Way to the Periodic Table*. New York: Oxford University Press, 2017.
24. Ostrovsky V.N. Dynamic symmetry of atomic potential // *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*. 1981. Vol. 14. P. 4425–4439.
25. Novaro O. Group Theoretical Aspects of the Periodic Table of the Elements // *Journal of Molecular Structure*. 1989. Vol. 199. P. 103–118.
26. Fet A.I. The System of Elements from the Group-Theoretic Viewpoint. Новосибирск, 1979. 45 с. (Препр./АН СССР. Сиб. отд-ние ИХ СО РАН СССР; № 1).
27. Fet A.I. The Madelung Numbers and the System of Chemical Elements // *Теоретико-групповые методы в физике: тр. междунар. семинара, Звенигород, 1979. М.: Наука, 1980. Т. 1. С. 327.*

GROUP THEORETICAL DESCRIPTION OF PERIODIC SYSTEM OF ELEMENTS. VII: SPIN AND PERIOD DOUBLING

V.V. Varlamov

Dr.Sc. (Phys.-Math.), Professor, e-mail: varlamov@sibsiu.ru

Siberian State Industrial University, Novokuznetsk, Russia

Abstract. The periodic system of chemical elements is defined within the framework of the weight diagram of the Lie algebra of the fourth rank of the rotation group of the eight-dimensional pseudo-Euclidean space of the neutral signature. The period doubling is explained by the action of the fourth Cartan generator.

Keywords: periodic system, Lie algebra, weight diagram, spin, fourth dimension.

Дата поступления в редакцию: 01.06.2025