Математические структуры и моделирование
2002, вып. 9, с. 1–3

УДК 007:681.517.2

ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ ОПТИМИЗАЦИИ НАЧАЛЬНЫХ УСЛОВИЙ В УПРАВЛЕНИИ ДИНАМИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ

Б.К. Нартов

In the paper the new method's possibilities of the orientation optimization the begining conditions in the dinamical sistems control are presented.

Предложенный нами [1] метод направленной оптимизации начальных условий (метод возврата) предназначался первоначально для оптимизации вектора начальных координат в частной модели конфликта подвижных объектов, характеристики которых ухудшались в результате взаимодействия с объектами противника и старения. Модель связывала характеристики (в терминологии теории динамических систем – состояния) и координаты объектов дифференциальными уравнениями типа уравнений Ланчестера. Далее становилась и решалась конкретная задача оптимального управления движениями группы объектов, противодействующих другой группе объектов с заданными на интервале управления траекториями (по критерию минимизации некоторой функции конечных состояний объектов).

Существенно сложнее опорной оказалась задача построения приемлемого по времени счета и точности алгоритма оптимизации начального вектора управления, то есть начального размещения группы управляемых объектов. Найденный подход оказался весьма общим и, как недавно удалось показать, позволяет направленно оптимизировать начальный вектор управления по меньшей мере в классе управляемых гладких систем с отрицательной правой частью.

В самом общем виде идея метода состоит в том, что для оптимизации, в смысле избранного функционала качества, начальных условий исходной задачи оптимального управления записывается вспомогательная двойственная задача и реализуется итеративный процесс, в шагах которого чередуются исходная и двойственная задачи, а в качестве части начальных условий очередного шага итерации используется часть конечных значений предыдущего шага. При этом двойственная задача отличается от исходной обращением знаков правых частей исходной системы дифференциальных уравнений и знака функционала качества, а также обращением заданных временных процессов (например, заданных движений). Дополнительно используются лишь некоторые элементарные правила коррекции части конечных значений четных шагов и ограничений

E-mail: nartjd@iitam.omsk.net.ru

Омский филиал Института математики СО РАН

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты 01-01-00303 и 01-07-90003).

на вектор управления исходной задачи. (Таким образом, если в конкретной задаче управления состояние суть монотонно, точно ухудшающаяся физическая характеристика, схему процесса оптимизации начальных условий можно представить в виде последовательности решений чередующихся задач «исчерпывания» (прямая) и «восстановления» (обратная).)

Ограничимся здесь рассмотрением следующей динамической системы:

$$\dot{P}_i = f_i(\bar{p}(t), \bar{a}(t), \bar{u}_i(t)), \quad i = \overline{1, N}, \tag{1}$$

где f_i – функция, непрерывная на заданном интервале управления $(0, t_f)$;
$\bar{p}(t) = (p_1(t), \ldots, p_N(t))$;
$\bar{a}(t)$ – заданные на $(0, t_f)$ временные процессы;
$\bar{u}_i(t) = (u_{i1}(t), u_{i2}(t), u_{i3}(t))$ – i-ое управление, координата в R^3.

Не оговаривая ограничений на управления, запишем для заданных начальных условий задачу оптимального управления

$$J(\bar{p}(t_f)) \to \inf, \tag{2}$$

где J непрерывна по $(p_1(t), \ldots, p_N(t))$. Определив далее

$$\tilde{f}_i = -f_i,$$

$$\tilde{\bar{a}}(t) = \bar{a}(t_i - t),$$

рассмотрим динамическую систему

$$\dot{\tilde{P}}_i = \tilde{f}_i(\tilde{\bar{p}}(t), \tilde{\bar{a}}(t), \tilde{\bar{u}}_i(t)), \quad i = \overline{1, N} \tag{3}$$

с начальными условиями

$$\tilde{\bar{p}}(0) = \bar{p}(t_f),$$
$$\tilde{\bar{u}}(0) = \bar{u}(t_f), \quad i = \overline{1, N}$$

и запишем для (3) задачу оптимального управления, двойственную задаче (2):

$$J(\tilde{\bar{p}}(t_f)) \to \sup. \tag{4}$$

Задав теперь ограничения на управления

$$|\dot{u}_{ij}| < c_{ij}, |\dot{\tilde{u}}_{ij}| < c_{ij}, \quad i = \overline{1, N}, \quad j = \overline{1, 3}$$

и рассмотрев последовательность решений задачи (2) – первый шаг – и (4) – второй шаг, – можно заметить, что

$$J(\tilde{\bar{p}}(t_f)) \geq J(\bar{p}(0)). \tag{5}$$

Очевидно, что на втором шаге достигается по меньшей мере равенство функционалов, для чего достаточно обратить оптимальные управления, найденные на первом шаге:

$$\tilde{\bar{u}}_i(t) = \bar{u}_i^*(t_f - t), \quad i = \overline{1, N}.$$

Далее нас интересует реализация строгого неравенства

$$J(\tilde{\bar{p}}(t_f)) > J(\bar{p}(0)). \tag{6}$$

Примечательно, что (6) выполняется при весьма общих предположениях. Достаточно потребовать для двойственной обратной задачи (4) существования кривых, смещение по которым произвольных неоптимальных начальных управлений (начальных координат) монотонно улучшает функционал качества – при сохранении начального вектора состояния (в частных случаях это условие удается существенно ослабить). Дополнительно в доказательстве используется лишь ограниченность функций f и J на интервале управления $(0, t_f)$. Заметим также, что размерность векторов $\bar{U}_i(t)$ вполне произвольна, а трехмерное пространство управления в (1) и (3) назначено лишь из соображений наглядности.

Повторяя теперь приведенные рассуждения и условия реализации (6) для исходной задачи (2), мы получаем итеративный процесс (2), (4), (2), (4), (2)... с монотонным возрастанием $\Delta J = J(0) - J(t_f)$ исходной задачи.

Существование предела ΔJ и построенные нами алгоритмы сохранения и параллельной оптимизации начального вектора состояния исходной задачи требуют отдельного обсуждения, однако возможности прямых эвристических реализаций представленного подхода достаточно очевидны.

Литература

1. Nartov B.K. *Conflict of Moving Systems.* AMSE Press, France, 1994. 87 p.