Математические структуры и моделирование
2025. № 1 (73). С. 99–115

УДК 519.172.1
DOI 10.24147/2222-8772.2025.1.99-115

РЕШЕНИЯ ПРОБЛЕМЫ ЭФФЕКТА «RANK REVERSAL» В МЕТОДЕ АНАЛИЗА ИЕРАРХИЙ

Д.А. Шагеев
к.э.н., доцент, e-mail: denisshageev@yandex.ru

Международный институт дизайна и сервиса, Челябинск, Россия

Аннотация. Автор продолжает цикл публикаций в направлении повышения точности измерений, устранения ошибок и преодоления ограничений в методе анализа иерархий (МАИ) при помощи различных модификаций. Проведено расширенное исследование известного в науке уже более 30 лет эффекта «Rank Reversal» (RR). В результате реализации контрольного эксперимента выяснилось, что эффект RR в случае применения традиционной формы МАИ Т. Саати есть ни что иное, как набор логических ошибок измерения матричных оценок, нарушающих принцип транзитивности, преднамеренно или непреднамеренно допущенных лицом, принимающим решения (ЛПР). При этом контрольный показатель согласованности может быть меньше 0,1, особенно если матрица не превышает размерность 5×5 и ЛПР использует малые оценки. Устранение эффекта RR «вручную» путём исправления «ошибочно» выставленных матричных оценок, нарушающих принцип транзитивности в форме простой формальной логики при сравнении объектов, не всегда возможен, но при его использовании приводит к ещё большему искажению измерений во всей иерархии в МАИ. Проведён ещё один эксперимент, который подтвердил полное исключение какой-либо вероятности появления эффекта RR, если ЛПР будет применять модифицированный МАИ. Описаны пути приращения научного знания через дальнейшую модификацию МАИ.

Ключевые слова: метод анализа иерархий / МАИ, анализ иерархий, эффект рангов, Rank Reversal.

Введение

В одной из прошлых статей [1] автор дал решения пяти сформулированных проблем, направленных на повышение точности измерений, устранение ошибок и преодоление ограничений в методе анализа иерархий (МАИ). Это позволило найти и установить научную состоятельность эталона измерений через модификации МАИ в первом поколении [2]. Однако решения ещё двух проблем (под номером 6 и 7 [1, с. 99]) остались нераскрытыми. В данной статье будет описано решение проблемы 7.

1. Постановка проблемы эффекта «Rank Reversal» в МАИ

В МАИ известна проблема эффекта смены степеней предпочтений «Rank Reversal» (RR) впервые обнаруженного В. Белтоном и Т. Гиром [3]. Суть эффекта RR заключается в том, что при изменении числа оцениваемых объектов их степень предпочтения (ранжирование) относительно друг друга может меняться. Проблема RR до сих пор окончательно не решена в науке, по мнению В.М. Картвелишвили и Э.А. Лебедюка [4], несмотря на множество разных попыток это сделать. По нашему мнению, эта проблема является следствием допущенной неточности измерений матричных оценок в границах фундаментальной шкалы Т. Саати. В следующих двух разделах статьи предлагается решение проблемы для стандартного и модифицированного [2] МАИ.

Изначально эффект RR воспринимался Т. Саати и Л. Варгасом [5] как что-то закономерное, неизбежное и вполне нормальное. Затем ими были предприняты не совсем удачные экспериментальные попытки предотвращения этого эффекта [6]. Далее к решению этой проблемы подключился С. Шенкерман [7], подходу которого высказали свое недоверие Т. Саати и Л. Варгас [8]. Уже на пороге XXI в. Т. Саати совместно с И. Миллетом предложили решения проблемы RR при помощи разных форм иерархического синтеза (свёртки локальных векторов) [9]. Ещё одна попытка решить проблему RR предпринята Ин-Мин Ваном и Т.М.С. Эльхагом [10].

По прошествии 25 лет с момента первой публикации об эффекте RR Т. Саати и его очередной соавтор М. Сагир констатировали «сохранение и изменение рангов, столь фундаментальные в процессе принятия решений, были неразрешённой проблемой в области экономики и теории полезности, и попали в фокус внимания, когда был разработан процесс аналитической иерархии, поскольку он использует парные сравнения, которые неизбежно делают приоритеты альтернатив взаимозависимыми [11].

То есть даже после 25 лет проблема рангов, по мнению Т. Саати, так и не была полностью решена. Примерно в это же время другие исследователи подтвердили наличие проблемы RR не только в МАИ, но и в других методах, где присутствует принцип парного сравнения, ранжирования, взвешивания критериев или альтернатив в решении многокритериальных задач. Например, в методе Борды–Кендалла (BK) для агрегирования порядковых предпочтений, метод простого аддитивного взвешивания (SAW), метод предпочтения порядка по сходству с идеальным решением (TOPSIS) и метод оценки перекрёстной эффективности в анализе охвата данных (DEA) [12].

Укажем также несколько современных работ, в которых в очередной раз предпринята попытка решения проблемы RR в схожих методах с МАИ: Р.Ф.Д.Ф. Айрис и Л. Феррейра [13]; С.Х. Мусави–Насаб и А. Сотудех–Анвари [14]; С. Муфаззаль и С.М. Музаккир [15]; А.А.А. Салем и А. Авастхи [16].

В ходе исследования работ [6,7,9,10], позиционирующих решения проблемы RR были выявлены существенные искажения измерений локальных векторов приоритетов в МАИ. А некоторые решения сомнительны, не полностью доказаны и иногда противоречат здравому смыслу в области измерений.

Во-первых, сами указанные авторы друг друга активно и вполне обоснованно критикуют, а во-вторых, сам Т. Саати со своими соавторами указывает на ошибочность этих решений или невозможностью их применения в практике МАИ. Видимо, поэтому, по мнению В.М. Картвелишвили и Э.А. Лебедюка [4], проблема RR до сих пор окончательно не решена в науке, несмотря на множество разных попыток это сделать.

2. Решение проблемы эффекта «Rank Reversal» в границах фундаментальной парадигмы МАИ Т. Саати «ручным» методом

В качестве описания типичного примера эффекта RR воспользуемся работой [4] под авторством В.М. Картвелишвили и Э.А. Лебедюка (в статьях [5–7,9–11,13] представлены, по сути, схожие примеры; природа проявления эффекта RR одинакова, без особенностей).

Для начала резюмируем результаты, полученные в этом исследовании эффекта RR:

1) при изменении числа сравниваемых вариантов всегда есть вероятность возникновения эффекта RR;

2) увеличение степени согласованности матрицы (изменение оценок матрицы для приведения параметров σ и δ к нулю) не приводит к снижению частоты возникновения эффекта RR;

3) существует единственный вариант оценки объектов, при котором добавление нового объекта не влечет за собой эффекта RR ($a = 9$, $b = 9$, $c = 9$);

4) частота возникновения эффекта RR взаимосвязана с введённым в работе коэффициентом ранжирования χ;

5) метод анализа иерархий позволяет моделировать психологические особенности принятия экспертных решений в многокритериальных и многоальтернативных задачах, включая эффект RR [4].

Автор данной статьи по ряду моментов не согласен с полученными выводами из исследования [4] в случае применения классической формы МАИ Т. Саати в границах её характеристик, а именно:

1) шкала целочисленная $[1;\ldots;9]$, выполнены два условия $a_{ij}^{d} = 1$ и $a_{ij}^{nd} = 1$, если объекты в матрице равны $Ai(j) = Aj(i)$, где a_{ij}^{d}, и a_{ij}^{nd} – диагональные и недиагональные оценки в матрице парных сравнений (матричные оценки); объекты матрицы $Ai(j)$ не привязаны к единым измерениям и единым (смежным) измерителям, либо это сделано частично или не полностью;

2) эксперты работают в поле матрицы и осуществляют попарное оценивание в нём. **В их примере допущены элементарные логические ошибки при выставлении оценок лицами, принимающими решения** (ЛПР)**, внутри самой матрицы.**

И если согласиться с этими данными, которые содержат ошибки оценивания ЛПР, то действительно эффект RR проявится с введением каждого дополнительного объекта в матрицу.

Продемонстрируем эти ошибки при помощи табл. 1, где авторы ввели следующие условия: «Пусть имеется обратно симметричная матрица X порядка 3 <...>, описывающая парное сравнение трёх объектов-альтернатив $A1$, $A2$, $A3$ с относительными оценками $a = 1$, $b = 1/2$ и $c = 1$. … $v = (0,253;\ 0,3274;\ 0,4126)$. Тем самым по значимости альтернативы расположились согласно цепочке неравенств $A3 > A2 > A1$» [4, с. 103].

Таблица 1. Экспериментальные данные из [4, с. 103], часть 1*

Объекты матрицы, $Ai(j)$	$A1$	$A2$	$A3$	Объекты матрицы, $Ai(j)$	$A1$	$A2$	$A3$	$\sum_{j=1}^{k} n_{ij}$	$w_{Ai} = \frac{\sum_{j=1}^{k} n_{ij}}{k}$
$A1$	1	1	0,5	A1	0,2500	0,3333	0,2000	0,7833	0,2611**
$A2$	1	1	1	$A2$	0,2500	0,3333	0,4000	0,9833	0,3278**
$A3$	2	1	1	$A3$	0,5000	0,3333	0,4000	1,2333	0,4111**
$\sum_{i=1}^{k} a_{ij}$	4	3	2,5	$\sum_{i=1}^{k} n_{ij}$	1	1	1	3	1
$\lambda_{\max} = 3,0556$; $CI = 0,0278$; $RI = 0,52$; $CR = 0,0534 < 0,1$									
Транзитивная цепь **с логическими ошибками**: $w_{A3} > w_{A2} > w_{A1}$									

*Серой заливкой выделены те ячейки в матрицах, где допущены логические ошибки ЛПР.

**В [4] значения $v = (0,253;\ 0,3274;\ 0,4126)$ рассчитаны недостаточно точно.

В табл. 1 представлены точные вычисления локальных векторов.

В результате отображённых в табл. 1 данных получилась транзитивная цепь **с логическими ошибками из векторных оценок** – $w_{A3} > w_{A2} > w_{A1}$, которая не изменится, даже если a_{31} принять в любом целочисленном диапазоне $[2;\ \ldots;\ 9]$, изменятся только величины векторных оценок. В поле левой матрицы допущены логические ошибки в результате выставления неправильных оценок ЛПР, если для: $a_{21} = 1 \Rightarrow A2 = A1$ – верно; $a_{12} = 1 \Rightarrow A1 = A2$ – верно; $a_{31} = 2 \Rightarrow A3 > A1$ – верно; $a_{13} = 0,5 \Rightarrow A1 < A3$ – верно; $a_{32} = 1 \Rightarrow A3 = A2$ – **неверно – противоречие**; $a_{23} = 1 \Rightarrow A2 = A3$ – **неверно – противоречие**. Если $A1 = A2$ или $A2 = A1$, что выражено в матрице как $a_{21} = a_{12} = 1$, то для $a_{32} = 2 \Rightarrow A3 > A2$ и $a_{23} = 0,5 \Rightarrow A2 < A3$, так же как и $A3 > A1$ или $A1 < A3$ будут верными суждениями. Эту логическую ошибку в транзитивной цепи не подтверждает $CR = 0,0534$, который хоть и меньше значения $0,1$, но не гарантировал правильности измерений и исполнения транзитивной цепи. Это ещё один недостаток показателя CR в МАИ, др. недостатки подробно изложены в ранее опубликованных статьях $[1,\ 2]$, где автор исключает и замещает этот показатель в модифицированных версиях МАИ.

Кроме того, в табл. 1 получены векторные оценки («$v = (0,253;\ 0,3274;\ 0,4126)$») и показатели $\lambda_{\max}$, CI, CR («$\sigma = 0,0268/0,524 \approx 0,051 < 0,1$»), отличающиеся от тех, которые отображены в [4, с. 103], читатель этой статьи может сам пересчитать и удостовериться в допущенной авторами указанного источника неточности. Для этого следует применить известные формулы в МАИ:

$$\sum_{i=1}^{k} a_{ij}; \quad \sum_{j=1}^{k} n_{ij}; \quad w_{Ai} = \frac{\sum\limits_{j=1}^{k} n_{ij}}{k}; \quad \lambda_{\max} \sum_{j=1}^{k} a_{ij} w_{Ai}; \quad CI = \frac{\lambda_{\max} - x}{x - 1},$$

где x – размер матрицы; $CR = \frac{CI}{RI}$; RI – это табличный показатель, который для матриц размером 3×3 принимается 0,52. Именно эти известные формулы применял автор данной статьи в своих контрольных экспериментах. Может быть, обнародованная неточность вызвана допущенным авторами грубым округлением в процессе вычислений. В любом случае, на результат контрольного эксперимента это обстоятельство не повлияет.

В табл. 2 показаны экспериментальные данные с учётом исправления указанных логических ошибок, допущенных авторами [4, с. 103].

Таблица 2. Экспериментальные данные с учётом исправления логических ошибок «ручным» методом, часть 1

Объекты матрицы, $Ai(j)$	$A1$	$A2$	$A3$	Объекты матрицы, $Ai(j)$	$A1$	$A2$	$A3$	$\sum\limits_{j=1}^{k} n_{ij}$	$w_{Ai} = \frac{\sum_{j=1}^{k} n_{ij}}{k}$
$A1$	1	1	0,5	$A1$	0,25	0,25	0,25	0,75	0,25
$A2$	1	1	0,5	$A2$	0,25	0,25	0,25	0,75	0,25
$A3$	2	2	1	$A3$	0,5	0,5	0,5	1,5	0,5
$\sum\limits_{i=1}^{k} a_{ij}$	4	4	2	$\sum\limits_{i=1}^{k} n_{ij}$	1	1	1	3	1
$\lambda_{\max} = 3$; $CI = 0$; $RI = 0,52$; $CR = 0 < 0,1$ Транзитивная цепь **без логических ошибок**: $w_{A3} > w_{A2} = w_{A1}$									

Полученные в табл. 2 уже верные данные можно назвать случаем идеальной матрицы, в которой нет противоречий между матричными оценками так как $CR = 0$. Также важно отметить, что $A2 = A1$ действительно соответствует $w_{A2} = w_{A1}$. Таким образом, транзитивная цепь будет следующей: $A3 > A2 = A1$ или $w_{A3} > w_{A2} = w_{A1}$.

Примечание 1. Следует иметь в виду, что представленный вариант (см. табл. 2) исправления логических ошибок оценивания ЛПР в ячейках a_{32} и a_{23} не единственный, но отличается последовательностью при прочтении матрицы парных сравнений (см. табл. 1), начиная с ячейки a_{11} и двигаясь последовательно по столбцам или по строкам. Можно было бы начать читать матрицу в обратном порядке с ячейки a_{33}, но тогда пришлось бы изменять оценки в ячейках a_{21} и a_{12} на те же 2 и $1/2$. Тогда локальные векторы получились бы следующими: $w_{A1} = 0,2$, $w_{A2} = 0,4$, $w_{A3} = 0,4$, – а транзитивная цепь имела бы обратный порядок: $w_{A3} = w_{A2} > w_{A3}$. Ввиду того, что в традиционном МАИ объекты исследования сравниваются экспертом интуитивно, а в его математическом аппарате напрямую не учитываются какие-либо измерения, свойственные объектам (например, объекты – автомобили, а измерения – мощность двигателя в лошадиных силах), каких-либо уточнений о том, почему такие оценки выставлены ЛПР, в [4] тоже не обнаружилось (скорее всего, авторы взяли один из типовых случаев для явной демонстрации проявления эффекта RR), то сложно предположить мыслительную логику ЛПР. Но совершенно очевидны выявленные ошибки оценивания в матрице (см. табл. 1) либо в ячейках a_{32} и a_{23}, либо в ячейках a_{21} и a_{12}.

Продолжим пример из [4] при помощи табл. 3, в которой введены дополнительные условия: «Добавим к существующим объектам $A1$, $A2$, $A3$ новый объект $A4$, которому при парном сравнении эксперт отдаёт незначительное предпочтение над объектами $A1$ и $A3$ и считает его равным по значимости с объектом $A2$» [4, с. 103].

Таблица 3. Экспериментальные данные из [4, с. 104], часть 2*

Объекты матрицы, $Ai(j)$	$A1$	$A2$	$A3$	$A4$	Объекты матрицы, $Ai(j)$	$A1$	$A2$	$A3$	$A4$	$\sum_{j=1}^{k} n_{ij}$	$w_{Ai} = \frac{\sum_{j=1}^{k} n_{ij}}{k}$
$A1$	1	1	0,5	**0,5**	$A1$	0,1667	0,2500	0,0909	**0,1765**	0,6840	0,1710**
$A2$	1	1	1	**1**	$A2$	0,1667	0,2500	0,1818	**0,3529**	0,9514	0,2379**
$A3$	2	1	1	**0,3333**	$A3$	0,3333	0,2500	0,1818	**0,1176**	0,8828	0,2207**
$A4$	**2**	**1**	**3**	1	$A4$	**0,3333**	**0,2500**	**0,5455**	0,3529	1,4817	0,3704**
$\sum_{i=1}^{k} a_{ij}$	6	4	5,5	2,8333	$\sum_{i=1}^{k} n_{ij}$	1	1	1	1	3	1
$\lambda_{\max} = 4{,}2409$; $CI = 0{,}0803$; $RI = 0{,}9$; $CR = 0{,}0892 < 0{,}1$											
Транзитивная цепь **с логическими ошибками**: $w_{A4} > \boldsymbol{w_{A2}} > \boldsymbol{w_{A3}} > w_{A1}$											
Противоречие с транзитивной цепью (см. табл. 1): $\boldsymbol{w_{A3}} > \boldsymbol{w_{A2}} > w_{A1}$											
Эффект RR проявился											

*Светло-серой заливкой выделены те ячейки в матрицах, где ЛПР допущены логические ошибки из данных табл. 1, а тёмно-серой заливкой отмечены ячейки, добавленные за счёт введения $A4$ с теми же ошибками.

**В [4] значения $v = (0{,}1665;\ 0{,}237;\ 0{,}217;\ 0{,}3795)$ рассчитаны недостаточно точно. В табл. 3 представлены точные вычисления локальных векторов.

В контрольной табл. 3 тоже получены векторные оценки, отличающиеся от тех, которые отображены в [4, с. 104], – это «$v = (0,1665;\ 0,237;\ 0,217;\ 0,3795)$.» и показатели $\lambda_{\max}$, CI, CR «$\sigma = 0,0717532/0,884 = 0,081 < 0,1$». Читатель этой статьи может самостоятельно пересчитать и удостовериться в допущенной авторами неточности указанного источника по тем же формулам, которые были указаны после табл. 1. Скорее всего, очередная обнародованная неточность вызвана тем же грубым округлением в процессе вычислений. На результат контрольного эксперимента это обстоятельство также не повлияло.

Утверждение в данных: «новый объект $A4$, которому при парном сравнении эксперт отдаёт незначительное предпочтение над объектами $A1$ и $A3$ и считает его равным по значимости с объектом $A2$» [4, с. 103]. Даже если условно принять транзитивную цепь с выявленными логическими ошибками ЛПР $A3 > A2 > A1$ из табл. 1, как основу, то очевидны следующие логические противоречия:

1. Если $A4 = A2$, то $A4$ не может быть больше, чем $A3$, тогда транзитивная цепь должна выглядеть следующим образом: $A3 > A2 = A4 > A1$.

2. Если $A4 > A3$ незначительно, тогда $A4$ не может быть также незначительно больше в сравнении с $A1$, тем более $A4$ не может быть равным $A2$ – это уже два противоречия, тогда транзитивная цепь должна выглядеть так: $A4 > A3 > A2 > A1$.

3. Если $A4 > A1$ незначительно, тогда $A4$ не может быть также незначительно больше в сравнении с $A3$, при этом $A4$ возможно будет равным $A2$ – это уже два противоречия, тогда транзитивная цепь должна выглядеть так: $A3 > A2 = A4 > A1$.

В виду того, что в табл. 2 уже произведены корректировки логических ошибок, то в качестве основы следует взять верную транзитивную цепь $A3 > A2 = A1$. Тогда в результате отображённых данных в табл. 3 в очередной раз получилась транзитивная цепь **с логическими ошибками** $w_{A1} < w_{A3} < w_{A2} < w_{A4}$, **поэтому** и проявился эффект RR смены степеней предпочтений ЛПР с $w_{A3} > w_{A2}$ (табл. 1) на $w_{A3} < w_{A2}$ (табл. 3). В поле левой матрицы, **помимо уже описанных, допущены ещё логические ошибки** в результате заданных неправильных оценочных данных ЛПР по поводу введения нового объекта $A4$, уточним: $a_{41} = 2 \Rightarrow A4 > A1$ и $a_{14} = 0,5 \Rightarrow A1 < A4$ – **неверно**, так же как **неверно** $a_{42} = 1 \Rightarrow A4 > A1$ и $a_{24} = 1 \Rightarrow A1 < A4$ так как $A1 = A2 \Rightarrow A3 > A1 = A2$, при этом $A4 > A3$ – по условию $\Rightarrow A4 > A3 > A1 = A2$; $a_{43} = 3 \Rightarrow A4 > A3$ и $a_{34} = 0,3333 \Rightarrow A3 < A4$ **неверно**, так как $A4 > A3 > A1 = A2$. Для устранения указанных ошибок в качестве матричных оценок следует принять: $a_{41} = a_{42} \geqslant 3$ и $a_{14} = a_{24} \leqslant 1/3$; $a_{43} = a_{31} = a_{32} = 2$ и $a_{34} = a_{13} = a_{23} = 1/3$, если принять $a_{41} = a_{42} = 3$; если принять $a_{41} = a_{42} \geqslant 3$ и $a_{14} = a_{24} \leqslant 1/3$, то $a_{31} = a_{32} = 2 \leqslant a_{43} < a_{41} = a_{42} \geqslant 3$ и $a_{13} = a_{23} = 1/2 \geqslant a_{34} > a_{14} = a_{24} \leqslant 3$. Тогда единственно верная транзитивная цепь при описанных и исправленных данных будет иметь следующий вид – $A4 > A3 > A1 = A2$. В табл. 4 приведены экспериментальные данные с учётом исправления очередных логических ошибок, допущенных ЛПР [4, с. 103]. В качестве матричных оценок примем следующие исправленные данные: $a_{41} = a_{42} = 3$ и $a_{14} = a_{24} = 1/3$, $a_{43} = 2$ и $a_{34} = 1/2$.

Полученный результат в табл. 4 можно назвать случаем идеальной матрицы, в которой почти нет противоречий между матричными оценками, так как $CR = 0,0049$. При этом полученная транзитивная цепь в табл. 4 не противоречит транзитивной цепи из таблицы 2, а логически верно её продолжает с учётом введённого нового объекта $A4$.

В результате проведённой проверки экспериментальных данных из [4] выявлены логические ошибки, допущенные ЛПР, которые существенно нарушили принцип транзитивности в МАИ, несмотря на то, что выполнялось условие $CR < 0,1$, при этом: в первом случае $CR = 0,0534$ (см. табл. 1) – проверочный $CR = 0$ (см.

табл. 2), абсолютная разница $0,0534$; во втором случае $CR = 0,0892$ (см. табл. 3) – проверочный $CR = 0,0049$ (см. табл. 4), абсолютная разница 0,0843.

Таблица 4. Экспериментальные данные с учётом исправления логических ошибок «ручным» методом, часть 2

Объекты матрицы, $Ai(j)$	$A1$	$A2$	$A3$	$A4$	Объекты матрицы, $Ai(j)$	$A1$	$A2$	$A3$	$A4$	$\sum_{j=1}^{k} n_{ij}$	$w_{Ai} = \frac{\sum_{j=1}^{k} n_{ij}}{k}$
$A1$	1	1	0,5	**0,3333**	$A1$	0,1429	0,1429	0,1250	**0,1538**	0,5645	0,1411
$A2$	1	1	0,5	**0,3333**	$A2$	0,1429	0,1429	0,1250	**0,1538**	0,5645	0,1411
$A3$	2	2	1	**0,5**	$A3$	0,2857	0,2857	0,2500	**0,2308**	1,0522	0,2631
$A4$	**3**	**3**	**2**	1	$A4$	**0,4286**	**0,4286**	**0,5000**	0,4616	1,8187	0,4547
$\sum_{i=1}^{k} a_{ij}$	7	7	4	2,1667	$\sum_{i=1}^{k} n_{ij}$	1	1	1	1	4	1
$\lambda_{\max} = 4,0132$; $CI = 0,0044$; $RI = 0,9$; $CR = 0,0049 < 0,1$											
Транзитивная цепь **без логических ошибок**: $w_{A4} > w_{A3} > w_{A2} = w_{A1}$											
Не противоречит (см. табл. 2): $w_{A3} > w_{A2} = w_{A1}$											
Эффект RR устранён											

Таким образом, негативный эффект RR был полностью устранён в результате «ручного» исправления допущенных ЛПР логических ошибок в [4]. Эффект RR является следствием нарушения принципа транзитивности, даже если показатель $CR < 0,1$.

В результате проведённого эксперимента в качестве причин проявления эффекта RR отмечены:

1. Нарушения или иные нестандартные (нелогичные) особенности мышления ЛПР в процессе парного сравнения объектов для их оценивания в матрице приводят к логическим ошибкам, противоречиям и искажениям принципов транзитивности.

2. Сложность процесса мышления с количеством сравниваемых объектов (более 4–5 до 7–9) для оценивания в поле одной матрицы возникает даже у опытных и компетентных ЛПР.

3. Недостаточная компетенция или опыт ЛПР в области работы с МАИ повышает вероятность проявления причин 1 и 2.

Следует обратить внимание, что такой «ручной» метод решения проблемы эффекта RR достаточно трудоёмок, особенно для больших размеров матриц и иерархий. К тому же при проверке результатов работы ЛПР в иерархии есть риск пропустить эффект RR по причине человеческого фактора. Даже если для каждого ЛПР в «ручном» режиме найти и исправить логические ошибки возможно, то для агрегированных оценок риск проявления эффекта RR существенно возрастает при большем количестве ЛПР, и их исправить уже невозможно! Невозможность объясняется тем, что результаты исследования каждого ЛПР будут верными, без эффекта RR и, соответственно, приняты, а агрегированный результат оценок в обобщающих матрицах иерархии чаще всего могут дать эффект RR. Использовать «ручной» метод в обобщающих матрицах нельзя, так как это приведёт к существенным искажениям и пренебрежениям уже принятых, а главное, правильных отдельных оценок ЛПР. Есть вариант агрегировать только локальные и результирующие векторы, но тут возникает проблема отсутствия проверки согласованности матричных оценок ЛПР, к тому же это приведёт к полному игнорированию возможного проявления эффекта RR. Не агрегировали матричные оценки – не возникло эффекта RR, из разряда «нет вычислений – нет проблем» – такой вариант даст множество грубых искажений и неточностей в исследовании иерархии.

На основании полученных результатов эксперимента и выводов постановлено что «ручной» метод хоть и устраняет эффект RR, но имеет ограничения и сложности в использовании. Поэтому в следующем разделе статьи предлагается решение, которое исключит причины и устранит ограничения появления эффекта RR в МАИ.

3. Решение проблемы эффекта «Rank Reversal» средствами модифицированного МАИ

Описанные логические ошибки в предыдущем разделе статьи могут возникнуть в практике ЛПР, которые работают в самом поле матрицы, придерживаясь фундаментальных правил реализации МАИ Т. Саати, и, как следствие, получить явный эффект RR. В таком случае можно найти эту ошибку в матрице при помощи «ручного» метода и внести необходимые исправления для устранения нежелательного эффекта RR, как это было показано в табл. 1–4. Но гораздо сложнее обстоят дела, если размерность матрицы более чем 4×4, а может быть рекомендованным максимум Т. Саати $(7 \times 9) \times (7 \times 9)$ для традиционной формы МАИ. В такой ситуации вероятность допущения логических ошибок ЛПР по указанным ранее причинам очень высока ввиду сравнения и оценивания до 7×9 объектов в одной матрице. Также, как было отмечено ранее, есть проблема проявления эффекта RR в матрицах с агрегированными оценками ЛПР.

Для исключения причин и последствий эффекта RR предлагается использовать эталонные модификации МАИ первого поколения типа [2]:

- AHPMS(AM)-M1.9 (Analytic Hierarchy Process and Mathematical Statistics (Artificial Measurement)) – аналитическая иерархия в сочетании с методами математической статистики на базе искусственных измерений;

- FAHPMS-M1.9 (Fuzzy Analytic Hierarchy Process and Mathematical Statistics) – аналитическая иерархия в модификации с математической статистикой и нечёткими данными;

- AHPDD-M1.9 (Analytic Hierarchy Process and Determine Data – Modification) – аналитическая иерархий в сочетании с детерминированными данными –

на базе: шкалы дробночисленной $[0; \ldots ; 8] + 1$ в 8 основных интервалах измерения; выполнения двух условий $a_{ij}^{d} = 0+1 = 1$ и $a_{ij}^{nd} = 0+1 = 1$, если $Ai(j) = Aj(i)$; всех объектов матрицы $Ai(j)$, привязанных к единым измерениям и единым (смежным) измерителям. Матричные оценки вычисляются по формуле [2]:

$$a_{ij} \vee a_{ij}^{n} = \frac{|Ai(j) - Aj(i)|}{SS} = \frac{|Ai(j) - Aj(i)|}{((Ai(j)_{\max} - Ai(j)_{\min})8)} + 1 \in [c] + 1, M1.9, \quad (1)$$

где a_{ij} – объективная матричная оценка, освобождённая от субъективных суждений ЛПР в классификаторе типа AHPDD-M1.9, для повышения точности измерений рекомендуется округлять до десятитысячных или стотысячных (**всегда выставляется в ячейку с ориентацией на большую величину в паре $Ai(j)$, а обратная оценка вычисляется по стандартному правилу МАИ: $1/a_{ij}$!**), баллы;
a_{ij}^{n} – субъективная матричная оценка, выраженная при помощи экспертного суждения ЛПР – n, в классификаторах типа AHPMS(AM)-M1.N и FAHPMS-M1.N, для повышения точности измерений рекомендуется округлять до десятитысячных или стотысячных (**всегда выставляется в ячейку с ориентацией на большую величину в паре $Ai(j)$, а обратная оценка вычисляется по стандартному правилу в МАИ: $1/a_{ij}^{n}$!**), возможен вариант вычисления агрегированной оценки – a_{ij}^{ag}, баллы;
$\vee$ – операция дизъюнкция (действие – или) из математической логики, которая позволяет вычислить a_{ij} или a_{ij}^{n} при наличии разных условий измерения для разных классификаторов первого поколения МАИ;
$Ai(j)$ и $Aj(i)$ – объекты матрицы парных сравнений, измеряемые в каких-либо единых единицах измерения при помощи каких-либо единых или смежных измерителей, ед. изм.;
SS – **Step of the Scale** – это расчётный шаг шкалы, для повышения точности измерений рекомендуется его округлять до десятитысячных или стотысячных, баллы;
$Ai(j)_{\max}$ и $Ai(j)_{\min}$ – максимальное и минимальное измерение объекта матрицы парных сравнений из числа её объектов $Ai(j)$ в каких-либо единых единицах измерения при помощи каких-либо единых или смежных измерителей, баллы;
8 – очень сильное предпочтение по шкале Т. Саати, баллы;
$+1$ – необходимое действие для комбинаций M1.9, чтобы избежать грубые ошибки измерений и получить возможность корректного вычисления показателя согласованности матричных оценок – ОС при соблюдении определённых условий в модифицированном исполнении МАИ;
$M1.9$ – сокращённое название классификаторов для вариантов комбинаций МАИ первого поколения модификаций.

Примечание 2. Представленные классификаторы M1.9 и формула (1) выведены, исследованы, выбраны и доказаны по результатам проведённого расширенного эксперимента в [2], где решалась задача поиска эталона измерений в модификациях МАИ первого поколения для методики выбора эффективных проектов и других областей науки. Эксперимент базировался на материалах [1] и иных публикациях автора данной статьи.

При использовании данных модификаций МАИ **ЛПР не работают в поле матрицы и не осуществляют попарное оценивание**. В случае использования:

1. AHPMS(AM)-M1.9 ЛПР привлекаются для искусственных измерений объектов в матрицах иерархии. Такие объекты не содержат свойственные им измерения по какому-либо критерию. Например, нужно оценить важность самих критериев в матрице. Это можно сделать только через искусственное измерение с субъективной позиции ЛПР, важен или не важен критерий по какой-либо универсальной числовой шкале (например 1, 2, …, 5 баллов). Чтобы лучше понять измерение и искусственное измерение объекта, приведём ещё один, но уже простейший пример. Перед ЛПР выставлено три арбуза: критерий оценки – вес арбузов – является объективным и присущим объектам; объективный измеритель – весы, а единые измерения – килограммы. А вот по субъективному критерию – вкусно – объекты можно измерить только искусственно за счёт субъективного мнения ЛПР (измеритель) по какой-либо числовой шкале. Прийти к условной объективности (в границах выборки) искусственно измеренных оценок ЛПР можно путём агрегирования, а уже затем эти агрегированные оценки присваивать объектам и применять формулу (1) для вычисления матричных оценок. Но прежде требуется подтверждение согласованности оценок объектов ЛПР через аппарат математической статистики – например, критерий хи-квадрат. Также можно рассчитать матричные оценки для каждого ЛПР под его оценки объектов, а уже затем все матричные оценки всех ЛПР подвергнуть проверке через тот же критерий хи-квадрат.

2. FAHPMS-M1.9 исполнения будет тем же, что и в AHPMS(AM)-M1.9, с тем отличием, что измерения объектов производятся объективно – без привлечения ЛПР и с привлечением ЛПР в границах поля нечётких множеств разных форм.

3. AHPDD-M1.9 исключается человеческий фактор в виде ЛПР, а измерения объектов отличаются объективностью (см. пример с арбузами, критерий вес в килограммах). Такие измерения объектов предложено считать детерминированными.

С учётом вышеописанных основных положений модификаций МАИ практически невозможно нарушить принцип транзитивности в независимости от размерности матрицы и численных измерений объектов. Логические ошибки, упущения, ограничения и другие причины с их последствиями, способствующие проявлению эффекта RR, исключены. А при использовании формулы (1) для указанных модификаций получаются наиболее точные и математически обоснованные измерения матричных оценок так как объекты матрицы $Ai(j)$ реально привязаны к числовым мерам. Докажем описанные утверждения на примере использования AHPDD-M1.9.

Предположим, что у нас имеются детерминированные данные в каких-либо единых единицах измерения, например критерий – стоимость проектов в млн руб.: $A1 = 1$; $A2 = 1$; $A3 = 2$. Транзитивная цепь из объектов, привязанных к единым измерениям, будет иметь следующий вид: $A3 > A2 = A1$. Измерения объектов подобраны специально таким образом, чтобы была схожесть с матричными оценками, транзитивными цепями и иными опытными данными табл. 1–4. Применим комбинацию типа AHPDD-M1.9, вычислим матричные оценки по формуле (1) и отобразим полученный результат в табл. 5. Например, для a_{31} расчёт будет выглядеть следующим образом:

$$a_{31} = \frac{|2-1|}{((2-1)/8)} + 1 = 9 \text{ баллов.}$$

Другие матричные оценки вычислялись так же, а обратные подчинены известному правилу $1/a_{ij}$.

Таблица 5. Исключение проявления эффекта RR через модификации МАИ AHPDD-M1.9, часть 1

Объекты матрицы, $Ai(j)$, млн руб.	$A1=1$	$A2=1$	$A3=2$	Объекты матрицы, $Ai(j)$, млн руб.	$A1=1$	$A2=1$	$A3=2$	$\sum_{j=1}^{k} n_{ij}$	$w_{Ai} = \frac{\sum_{j=1}^{k} n_{ij}}{k}$
$A1=1$	1	1	0,1111	$A1=1$	0,0909	0,0909	0,0909	0,2727	0,0909
$A2=1$	1	1	0,1111	$A2=1$	0,0909	0,0909	0,0909	0,2727	0,0909
$A3=2$	9	9	1	$A3=2$	0,8182	0,8182	0,8182	2,4545	0,8182
$\sum_{i=1}^{k} a_{ij}$	11	11	1,2222	$\sum_{i=1}^{k} n_{ij}$	1	1	1	3	1
$\lambda_{\max} = 3$; $CI = 0$; $RI = 0,52$; $CR = 0 < 0,1$ Транзитивная цепь без логических ошибок: $w_{A3} > w_{A2} = w_{A1}$ Соответствует транзитивной цепи из объектов матрицы: $A3 > A2 = A1$									

Таблица 6. Исключение вероятности проявления эффекта RR через модификации МАИ AHPDD-M1.9, часть 2

Объекты матрицы, $Ai(j)$	$A1=1$	$A2=1$	$A3=2$	$A4=3$	Объекты матрицы, $Ai(j)$	$A1=1$	$A2=1$	$A3=2$	$A4=3$	$\sum_{j=1}^{k} n_{ij}$	$w_{Ai} = \frac{\sum_{j=1}^{k} n_{ij}}{k}$
$A1=1$	1	1	0,2	0,1111	$A1=1$	0,0625	0,0625	0,0313	0,0781	0,2344	0,0586
$A2=1$	1	1	0,2	0,1111	$A2=1$	0,0625	0,0625	0,0313	0,0781	0,2344	0,0586
$A3=2$	5	5	1	0,2	$A3=2$	0,3125	0,3125	0,1563	0,1406	0,9219	0,2305
$A4=3$	9	9	5	1	$A4=3$	0,5625	0,5625	0,7813	0,7031	2,6094	0,6523
$\sum_{i=1}^{k} a_{ij}$	16	16	6,4	1,4222	$\sum_{i=1}^{k} n_{ij}$	1	1	1	1	4	1
$\lambda_{\max} = 4{,}2778$; $CI = 0{,}0926$; $RI = 0{,}9$; $CR = 0{,}1029 > 0{,}1$ Транзитивная цепь без логических ошибок: $w_{A4} > w_{A3} > w_{A2} = w_{A1}$ Соответствует транзитивной цепи из объектов матрицы: $A4 > A3 > A2 = A1$ Не противоречит (см. табл. 5): $w_{A3} > w_{A2}$; $A3 > A2 = A1$ **Эффект RR не проявился**											

Полученные в табл. 5 данные тоже можно назвать случаем идеальной матрицы, в которой нет противоречий между матричными оценками, так как $CR = 0$, как и в данных табл. 2. Транзитивные цепи будут иметь следующий вид $A3(2) > A2(1) = A1(1) \Leftrightarrow w_{A3}(0{,}8182) > w_{A2}(0{,}0909) = w_{A1}(0{,}0909)$. Они полностью тождественны, соответствие с табл. 2 имеется.

Продолжим пример и добавим к существующим объектам $A1$, $A2$, $A3$ новый объект $A4$, которому присвоим измерение «3» млн руб. Получится следующая транзитивная цепь: $A4 > A3 > A2 = A1$, при этом отношения между объектами $A1$, $A2$ и $A3$ не изменились. Затем применим формулу (1) и запишем полученные данные в табл. 6.

Следует обратить внимание на то, что показатель $CR = 0{,}1029 > 01$, главное назначение которого, по мнению Т. Саати и мн. др. авторов, – проверять правильность транзитивной логики через проверку согласованности матричных оценок в поле матрицы, незначительно противоречит здравому смыслу на 0,0029. Ведь принцип транзитивности в табл. 6 не был нарушен – $A4(3) > A3(2) > A2(1) = A1(1)$ $\Leftrightarrow w_{A4}(0{,}6523) > w_{A3}(0{,}2305) > w_{A2}(0{,}0586) = w_{A1}(0{,}0586)$. Скорее всего это произошло потому, что в формуле (1) есть действие «$+1$», необходимое для получения корректных значений диагональных оценок $a^d_{ij} = a^{nd}_{ij} = 0 + 1 = 1$ и обратных $1/a_{ij}$ при значениях $a_{ij} < 1$ исправить на $a_{ij} + 1 > 1$ т.к. все измерения в эталонной комбинации первого поколения модификаций МАИ — M1.9 подчиняются следующим условиям: шкала измерения дробночисленная $[0; \ldots ; 8] + 1$ в восьми основных интервалах измерения; $a^d_{ij} = 0 + 1 = 1$ и $a^{nd}_{ij} = 0 + 1 = 1$ при условии, что $Ai(j) = Aj(i)$.

Конечно, можно исключить действие «$+1$» в формуле (1) для матричных оценок из табл. 6 – a_{31}, a_{32}, a_{41}, a_{42} и a_{43}, которые тогда будут равняться $a_{31} = 4$, $a_{32} = 4$, $a_{41} = 8$, $a_{42} = 8$ и $a_{43} = 4$, при этом их обратные оценки незначительно изменятся, а $a^d_{ij} = a^{nd}_{ij} = 1$ при условии, что $Ai(j) = Aj(i)$, как это стандартно принято в МАИ. Тогда векторные оценки изменятся, а транзитивная цепь останется прежней в сравнении с уже полученной цепью в табл. 6: с исключением действия «$+1$» – $w_{A4}(0{,}6342) > w_{A3}(0{,}2300) > w_{A2}(0{,}0679) = w_{A1}(0{,}0679)$; из табл. 6 $w_{A4}(0{,}6523) > w_{A3}(0{,}2305) > w_{A2}(0{,}0586) = w_{A1}(0{,}0586)$. Таким образом, будет полностью выполнено условие Т. Саати: $CR = 0{,}0436 < 0{,}1$. Несмотря на то, что данное условие для CR будет выполнено, точность измерений будет снижена, так как с указанных матричных оценок сняли «$+1$», а с a^d_{ij} и a^{nd}_{ij} при условии $Ai(j) = Aj(i)$ – нет, а измерения произведены в дробночисленном диапазоне $[0; \ldots ; 8]$! А если бы мы ещё сняли «$+1$» с a^d_{ij} и a^{nd}_{ij}, как бы для пропорциональности или для точности измерений, то получили бы ещё больше искажений в вычислениях. Об этих и многих других проблемах, связанных с точностью измерений и критикой показателя CR, подробно написано в авторской публикации [1].

Но для сохранения высокой точности измерений векторных оценок автор данной статьи рекомендует принять экспериментальные данные из таблицы 6 с вполне допустимым пограничным значением $CR = 0{,}1029 \approx 0{,}1$.

Подтверждение необходимости применения в формуле (1) значения $+1$ в эталонных модификациях типа M1.9 для повышения точности измерений в МАИ и исключения ошибок и противоречий разного рода см. в [1] и экспериментальные данные в [2].

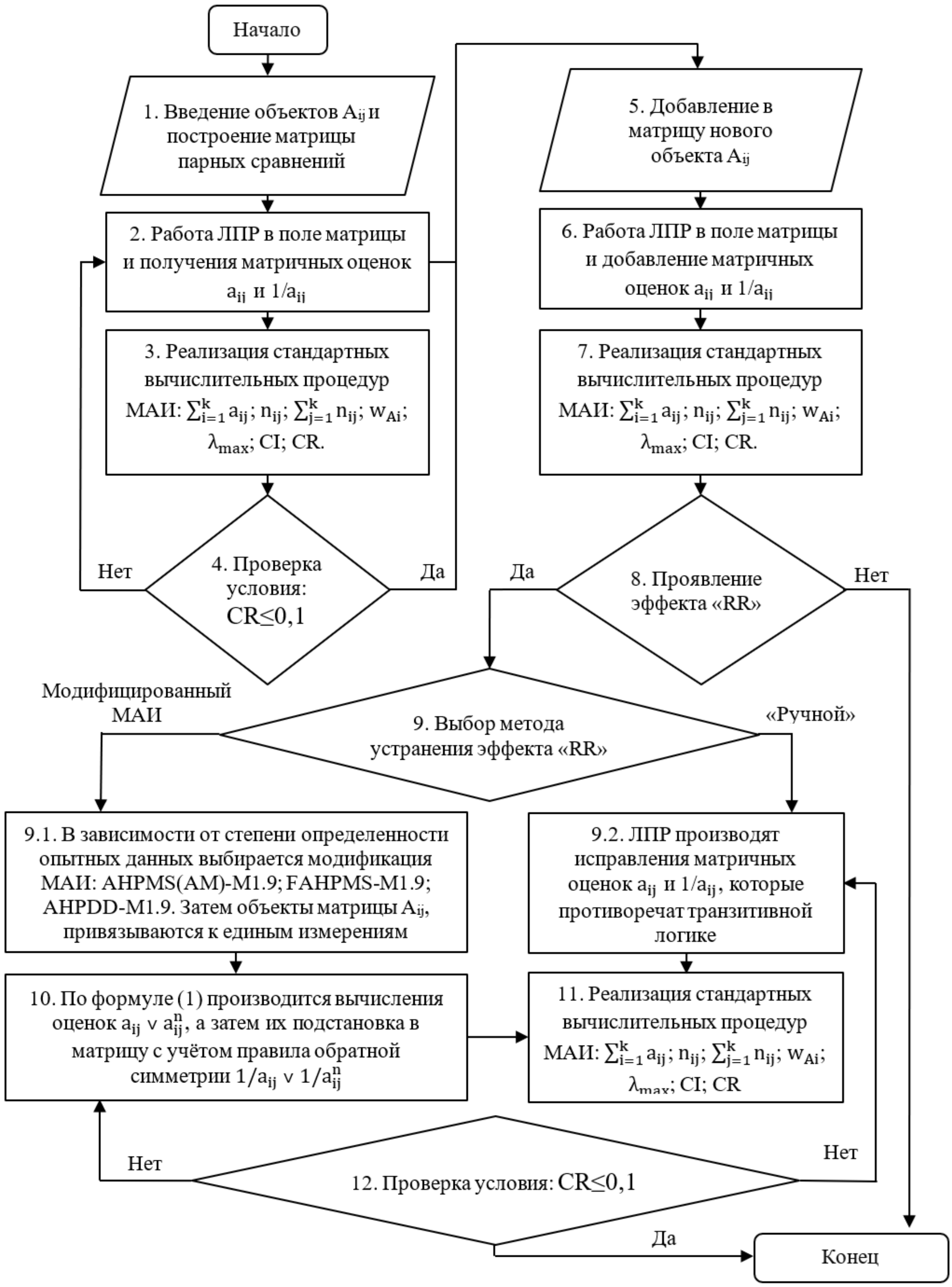

Рис. 1. Алгоритм общего случая решения проблемы эффекта RR в МАИ

Таким образом, представленные в табл. 6 данные, которые получены принципиально отличающимся от классического исполнения МАИ Т. Саати способом, являются наиболее правильными и точно измеренными при соблюдении определённых условий в исполнении авторских модификаций МАИ. При этом принцип транзитивности полностью соблюдён, а эффект RR полностью исключён!

Эффект RR может возникнуть в процессе применения модификаций МАИ типа AHPMS(AM)-M1.9 (каждое ЛПР само привязывает объекты матрицы к единому измерению в границах заданного единого измерителя искусственным путём) и FAHPMS-M1.9 (каждое ЛПР может выбрать любое измерение в границах единого нечёткого измерителя) только в том случае, когда в результирующей матрице будут представлены агрегированные матричные оценки ЛПР, при этом в отдельных матрицах каждого ЛПР при соблюдении описанных рекомендаций использования модификаций эффекта RR не будет. Тогда в данных модификациях предусмотрена проверка каждой агрегированной матричной оценки ЛПР критериями математической статистики на согласованность (не путать с показателем CR, он может быть меньше 0,1). И если все агрегированные оценки в матрице будут подтверждены, то вероятность проявления эффекта RR будет ничтожна мала, но она будет тем больше, чем больше оценок не пройдут проверку.

Полностью исключить даже ничтожно малую вероятность проявления эффекта RR можно за счёт проверки на согласованность при помощи критерия математической статистики (того же хи-квадрат) к самим измерениям (своего рода тоже оценки) объектов матрицы ЛПР и только после этого их принимать. Далее произвести операцию агрегирования измерений объектов и уже затем производить вычисления по формуле (1) не просто матричных оценок ЛПР, а агрегированных матричных оценок. Автор данной статьи больше рекомендует использовать именно это действие в случае указанных модификаций МАИ.

Для лучшего понимания действий, описанных в разделах статьи 2 и 3, а также для реализации возможности использования «ручного» метода и модифицированного МАИ в выявлении и устранении эффекта RR, представим алгоритм общего случая на рис. 1.

Заключение

Проблему эффекта «RR» в МАИ, по мнению многих исследователей, в том числе самого Т. Саати, не удалось решить полностью за последние более чем 30–35 лет. В статье предложено два пути решения этой проблемы: «ручным» методом в границах фундаментальной парадигмы МАИ Т. Саати; средствами модифицированного МАИ. Первый путь имеет ограничение в использовании. Для матриц размерностью от 3×3 до 5×5 «ручной» метод использовать можно, а для матриц от 6×6 до 9×9 сделать это будет сложнее, с точки зрения удобства работы пользователя с матричными оценками. Во втором пути средствами модифицированного МАИ устраняются не только причины и следствия эффекта «RR», но и преодолевается ограничение «ручного» метода. Оба пути описаны в статье – разделы 2 и 3, где представлены экспериментальные данные, анализ, аргументация и выводы.

Литература

1. Шагеев Д.А. Модификация МАИ для повышения точности измерений в методике выбора эффективных проектов и других областях науки // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Экономика и менеджмент. 2020. Т. 14, № 1. С. 93–115.
2. Шагеев Д.А. Поиск эталона измерений в модификациях МАИ первого поколения для методики выбора эффективных проектов и других областей науки // Вестник Воронежского государственного университета инженерных технологий. 2022. Т. 84, № 1 (91). С. 388–409.
3. Belton V., Gear T. On a Short-Coming of Saaty's Method of Analytic Hierarchies // Omega. 1983. Vol. 11, Iss. 3. P. 228–230.
4. Картвелишвили В.М., Лебедюк Э.А. Метод анализа иерархий: критерии и практика // Вестник Российского экономического университета им. Г.В. Плеханова. 2013. № 6 (60). С. 97–112.
5. Saaty T.L., Vargas L.G. The legitimacy of rank reversal // Omega. 1984. Vol. 12, Iss. 5. P. 513–516.
6. Saaty T.L., Vargas L.G. Experiments on rank preservation and reversal in relative measurement // Mathematical and Computer Modelling. 1993. Vol. 17, Iss. 4–5. P. 13–18.
7. Schenkerman S. Avoiding rank reversal in AHP decision-support models // European Journal of Operational Research. 1994. Vol. 74, Iss. 3. P. 407–419.
8. Vargas L.G. Reply to Schenkerman's avoiding rank reversal in AHP decision support models // European Journal of Operational Research. 1994. Vol. 74, Iss. 3. P. 420–425.
9. Millet I., Saaty T.L. On the relativity of relative measures – accommodating both rank preservation and rank reversals in the AHP // European Journal of Operational Research. 2000. Vol. 121, Iss. 1. P. 205–212.
10. Wang Y-M., Elhag T.M.S. An approach to avoiding rank reversal in AHP // Decision Support Systems. 2006. Vol. 42, Iss. 3. P. 1474–1480.
11. Saaty T.L., Sagir M. An essay on rank preservation and reversal // Mathematical and Computer Modelling. 2009. V. 49, Iss. 5–6. P. 1230–1243.
12. Wang Y-M., Luo Y. On rank reversal in decision analysis // Mathematical and Computer Modelling. 2009. Vol. 49, Iss. 5–6. P. 1221–1229.
13. Aires R.F.D.F., Ferreira L. A new approach to avoid rank reversal cases in the TOPSIS method // Computers & Industrial Engineering. 2019. Vol. 132. P. 84–97.
14. Mousavi-Nasab S.H., Sotoudeh-Anvari A. A new multi-CRiteria decision making approach for sustainable material selection problem: A CRitical study on rank reversal problem // Journal of Cleaner Production. 2018. Vol. 182. P. 466–484.
15. Mufazzal S., Muzakkir S.M. A new multi-CRiterion decision making (MCDM) method based on proximity indexed value for minimizing rank reversals // Computers & Industrial Engineering. 2018. Vol. 119. P. 427–438.
16. Salem A.A.A., Awasthi A. Investigating rank reversal in reciprocal fuzzy preference relation based on additive consistency: Causes and solutions // Computers & Industrial Engineering. 2018. Vol. 115. P. 573–581.

SOLUTIONS TO THE PROBLEM OF THE "RANK REVERSAL" EFFECT IN THE HIERARCHY ANALYSIS PROCESS

D.A. Shageev
Ph.D. (Econ.), Associate Professor, e-mail: denisshageev@yandex.ru

International Institute of Design and Service, Chelyabinsk, Russia

Abstract. The author once again continues the cycle of publications in the direction of improving the accuracy of measurements, eliminating errors and overcoming limitations in the analytic hierarchy process (AHP) using various modifications. This time, an extended study of the "Rank Reversal" (RR) effect, known in science for more than 30 years, was conducted. As a result of the implementation of the control experiment, it turned out that the RR effect in the case of using the traditional form of AHP T. Saaty is nothing more than a set of logical errors in measuring matrix estimates that violate the principle of transitivity, intentionally or unintentionally committed by the decision maker (DM). In this case, the consistency benchmark may be less than 0.1, especially if the matrix does not exceed the dimension of 5×5 and the DM uses small estimates. Eliminating the RR effect "manually" by correcting "mistakenly" exposed matrix estimates that violate the principle of transitivity in the form of simple formal logic when comparing objects is not always possible, but when used leads to even greater distortion of measurements throughout the hierarchy in AHP. Another experiment was conducted, which confirmed the complete exclusion of any probability of the appearance of the RR effect if the DM uses a modified AHP. At the end of the article, the ways of the next inCRement of scientific knowledge through further modification of AHP are desCRibed.

Keywords: analytic hierarchy process / AHP, analytic hierarchy, rank effect, Rank Reversal.

Дата поступления в редакцию: 14.05.2023