*Математические структуры и моделирование*
*2021. № 3(59). С. 28–38*

УДК 530.12 : 523.112
DOI 10.24147/2222-8772.2021.3.28-38

# ОТСУТСТВИЕ СКАЛЯРНЫХ «ВОЛОС» У СТАТИЧНОЙ ЧЁРНОЙ ДЫРЫ В ТЕТРАДНОЙ ТЕОРИИ ГРАВИТАЦИИ

**А.К. Гуц**
д.ф.-м.н., профессор, e-mail: guts@omsu.ru

Омский государственный университет им. Ф.М. Достоевского, Омск, Россия

**Аннотация.** В статье доказывается теорема в рамках тетрадной теории гравитации, при выполнении условий которой на скалярное поле можно утверждать, что статичная чёрная дыра не имеет скалярных «волос». Иначе говоря, такая чёрная дыра характеризуется только одной физической величиной — массой, и у неё нет барионного числа.

**Ключевые слова:** тетрадная теория гравитации, скалярное поле, no hair theorem.

В статье показывается, при выполнении каких условий статичная чёрная дыра в тетрадной теории гравитации (ТТГ) не имеет скалярных «волос» (no hair theorem). Результат был получен в 1977 году и анонсирован в [1–3].

В тетрадной теории гравитации (ТТГ) гравитация описывается тетрадным полем $\lambda^i_{(a)}, a = 0, 1, 2, 3$, которое связано с метрическим тензором соотношениями:

$$g^{ik} = \eta^{(ab)}\lambda^i_{(a)}\lambda^k_{(b)},$$

где $\eta^{(ab)} = diag\{+1, -1, -1, -1\}$ — тензор Минковского.

В поисках единой теории гравитации и электромагнетизма Эйнштейн обращался к тетрадной теории [4]. Однако он отказался от неё, поскольку в рассмотренной им теории не было решения Шварцшильда. В 1960-е годы к тетрадной теории обратился Мёллер [5, с. 38], поскольку она позволяла решать проблему вычисления гравитационной энергии.

Далее латинские индексы пробегают значения 0, 1, 2, 3, а греческие — 1, 2, 3.

## 1. Формулы тетрадного формализма

Пусть $\lambda^i_{(a)}, \lambda_{i(a)}$ обозначают соответственно контрвариантные и ковариантные компоненты тетрады, отмечаемой индексом $(a)$, причём

$$\lambda^{i(a)} = \eta^{(ab)}\lambda^i_{(b)}, \quad \lambda^i_{(a)} = \eta_{(ab)}\lambda^{i(b)}, \quad g_{ik}\lambda^i_{(0)}\lambda^k_{(0)} > 0,$$

где $\eta_{(ab)} = diag\{1, -1, -1, -1\}$ — метрический тензор Минковского. Связь между тетрадным полем и метрическим полем даётся соотношениями

$$g_{ik} = \lambda_{i(a)}\lambda^{(a)}_k, \quad g^{ik} = \lambda^i_{(a)}\lambda^{k(a)}, \quad \lambda^i_{(a)}\lambda^{(a)}_k = \delta^i_k.$$

Тетрадное поле задаётся с точностью до *локальных* лоренц-поворотов

$$\lambda^i_{(a)} \to \Omega^{(b)}_{(a)}(x)\lambda^i_{(b)}, \tag{1}$$

$$\eta_{ab} = \eta_{cd}\Omega^{(c)}_{(a)}(x)\Omega^{(d)}_{(b)}(x).$$

Последнее равенство показывает, что $||\Omega^{(b)}_{(a)}(x)||$ — однородное преобразование Лоренца. В случае, когда функции $\Omega^{(b)}_{(a)}(x)$ являются постоянными, говорят, что имеем *глобальные* лоренц-повороты тетрады.

Тетрада $\lambda^i_{(a)}$ позволяет формировать локальные объекты из тензоров:

$$V_{(a)} = \lambda^i_{(a)}V_i, \quad V^{(a)} = \lambda^{(a)}_i V^i,$$

$$\frac{\partial}{\partial x^{(a)}} = \lambda^i_{(a)}\frac{\partial}{\partial x^i},$$

$$A^k_{j(a)} = \lambda^m_{(a)}A^k_{jm}, \quad W^{(ab)} = \lambda^{(a)}_i\lambda^{(b)}_j W^{ij}, \ldots$$

Уравнения Эйнштейна для метрического поля $g_{ik}$ в ТТГ заменяются уравнениями Эйнштейна в форме

$$\boxed{R^i_{(a)} - \frac{1}{2}\lambda^i_{(a)}R = \varkappa T^i_{(a)}.}$$

## 2. Вывод уравнения скалярного поля

В общей теории относительности (ОТО) уравнение скалярного поля имеет вид:

$$\left(g^{ik}\nabla_i\nabla_k + \frac{m^2c^2}{\hbar^2}\right)\varphi = 0, \tag{2}$$

где $\nabla_i$ — ковариантная производная относительно римановой связности по переменной $x^i$.

В ТТГ естественным образом вводится понятие обобщённой ковариантной производной [7]:

$$\mathcal{D}_k\xi_n = \nabla_k\xi_n - \gamma_{mnk}\xi^m, \tag{3}$$

где

$$\gamma_{mnk} = \lambda_{m(s)}\nabla_k\lambda^{(s)}_n$$

— коэффициенты вращения Риччи.

Следовательно, можно вводить уравнения скалярного поля в ТТГ, производя формальную замену производных $\partial/\partial x^k$ на $\mathcal{D}_k$ и метрики $\eta^{ik}$ на метрику $g^{ik}$ в уравнении Клейна–Фока квантовой теории поля

$$\left(\eta^{ik}\frac{\partial}{\partial x^i}\frac{\partial}{\partial x^k} + \frac{m^2c^2}{\hbar^2}\right)\varphi = 0. \tag{4}$$

В результате получаем искомое уравнение

$$\boxed{\left(g^{ik}\mathcal{D}_i\mathcal{D}_k + \frac{m^2c^2}{\hbar^2}\right)\varphi = 0} \tag{5}$$

или

$$\boxed{\left(g^{ik}\nabla_i\nabla_k - G^n\frac{\partial}{\partial x^n} + \frac{m^2c^2}{\hbar^2}\right)\varphi = 0,} \tag{6}$$

где

$$G^n \equiv \lambda^{n(s)}\nabla_k\lambda^k_{(s)} = \gamma^{ns\cdot}{}_{s}. \tag{7}$$

Как видим, уравнение (5) (или (6)) обобщает уравнение (2) в соответствии с нашим замыслом. Более того, уравнение (5) мы получили из (4) по той же схеме, по которой (2) получают из (4), т. е. формальной заменой производных $\partial/\partial x^k$ на ковариантные $\nabla_k$.

Уравнение (5) существенно неметрическое, инвариантное по отношению к любым преобразованиям голономных координат $x^i$ и по отношению к глобальным лоренц-поворотам тетрады

$$\lambda^i_{(a)} \to \Omega^{(b)}_{(a)}\lambda^i_{(b)}, \tag{8}$$

где $\Omega^{(b)}_{(a)}$ — матрица с постоянными компонентами.

Однако уравнение (5) нарушает требование локальной инвариантности теории (имеются в виду преобразования (8), в которых $\Omega^{(b)}_{(a)}$ — произвольные функции точки $x$). Заметим, что подобная ситуация уже наблюдалась в теории калибровочных полей [9, с. 43]. Но следует заметить, что нековариантность относительно группы (8) с $\Omega^{(b)}_{(a)}(x)$, являющимися произвольными функциями, встречается в ТТГ довольно часто, и её объясняют переходом к новой неинерциальной системе отсчёта и, следовательно, переходом к новым физическим условиям [10, с. 6, гл. III][1].

Метод, которым мы воспользовались в этом подпараграфе для получения уравнения скалярного поля, применялся в [6] для обобщения уравнений Максвелла на случай ТТГ.

## 3. Второй способ получения уравнения

Уравнение Клейна–Фока (4) появляется в квантовой теории поля как квантовомеханическое обобщение известного релятивистского соотношения между

[1]Например, физические условия для космонавта в стоящей на старте ракете, т. е. в системе отсчёта космодрома и в системе отсчёта ракеты, взлетающей с перегрузкой в 10g, совершенно различны. Поэтому и *описания самочувствия* космонавта в этих двух системах отсчёта не совпадают. В ТТГ это улавливается посредством нековариантности уравнений относительно группы (8) с $\Omega^{(b)}_{(a)}(x)$, являющимися произвольными функциями.

импульсом и энергией

$$E^2 = m^2c^4 + c^2\overrightarrow{p}^2. \tag{9}$$

Искомое уравнение получается с помощью формальной замены $E$ и $\overrightarrow{p}$ на операторы энергии и импульса

$$E \to \widehat{E} = i\hbar c\frac{\partial}{\partial x^0},$$

$$p_\alpha \to \widehat{p}_\alpha = i\hbar\frac{\partial}{\partial x^\alpha}$$

в уравнении (9). В результате замены получается уравнение (4).

Используя эту же идею, обобщим уравнение (9) на случай ТТГ. Для этого операторы импульса и энергии

$$\left.\begin{aligned} &\widehat{E} \equiv c\widehat{p}_{(0)} = \pm\, i\hbar c\lambda^k_{(0)}\frac{\partial}{\partial x^k} \\ &\widehat{p}_{(\alpha)} = -\, i\hbar\lambda^k_{(\alpha)}\frac{\partial}{\partial x^k} \end{aligned}\right\} \tag{10}$$

подставляем в (9).

Получаем уравнение

$$\boxed{\left(\widehat{E}^2 - c^2\sum_{\alpha=1}^{3}\widehat{p}_{(\alpha)}\widehat{p}_{(\alpha)} - m^2c^4\right)\varphi = 0} \tag{11}$$

или

$$\boxed{(\eta^{(ab)}\widehat{p}_{(a)}\widehat{p}_{(b)} - m^2c^4)\varphi = 0.} \tag{12}$$

С точки зрения геометрии касательного расслоения, (10) — обычные операторы энергии и импульса в плоском локальном касательном пространстве (в точке x), записанные с использованием неголономных координат [10, с.32]. Значит, (12) — обычное уравнение Клейна–Фока, но, опять-таки, записанное в неголономных координатах.

Используя (10), перепишем (12) в виде

$$\left(\eta^{(ab)}\lambda^i_{(b)}\frac{\partial}{\partial x^i}\left(\lambda^j_{(a)}\frac{\partial}{\partial x^j}\right) + \frac{m^2c^2}{\hbar^2}\right)\varphi = 0. \tag{13}$$

Если теперь воспользоваться соотношением

$$\lambda^{i(a)}\frac{\partial}{\partial x^i}\left(\lambda^j_{(a)}\frac{\partial}{\partial x^j}\right) = \lambda^{i(a)}\frac{\partial\lambda^j_{(a)}}{\partial x^i}\frac{\partial}{\partial x^j} + g^{ij}\frac{\partial^2}{\partial x^i\partial x^j},$$

то (13) перейдёт в следующее уравнение

$$\left(g^{ij}\frac{\partial^2}{\partial x^i \partial x^j} + \lambda^i_{(a)}\frac{\partial \lambda^{j(a)}}{\partial x^i}\frac{\partial}{\partial x^j} + \frac{m^2c^2}{\hbar^2}\right)\varphi = 0.$$

Последнее уравнение совпадает с уравнением скалярного поля (6) (и, значит, с (5)), в чём нетрудно убедиться, если заметить, что

$$G^j\frac{\partial\varphi}{\partial x^j} = \lambda^{j(a)}\frac{\partial \lambda^i_{(a)}}{\partial x^i}\frac{\partial\varphi}{\partial x^j} + \Gamma^m_{lm}g^{lk}\frac{\partial\varphi}{\partial x^k}$$

и

$$g^{ij}\nabla_i\nabla_j\varphi = \frac{\partial}{\partial x^i}\left(g^{ij}\frac{\partial\varphi}{\partial x^j}\right) + \Gamma^m_{lm}g^{lk}\frac{\partial\varphi}{\partial x^k} =$$

$$= g^{ij}\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^i\partial x^j} + \frac{\partial\lambda^{i(a)}}{\partial x^i}\lambda^j_{(a)}\frac{\partial\varphi}{\partial x^j} + \lambda^i_{(a)}\frac{\partial\lambda^{j(a)}}{\partial x^i}\frac{\partial\varphi}{\partial x^j} + \Gamma^m_{lm}g^{lk}\frac{\partial\varphi}{\partial x^k}.$$

Таким образом, уравнения (5) и (12) совпадают.

## 4. Разница в описании скалярного поля в ОТО и ТТГ

Тетрадное уравнение гравитационного поля в вакууме

$$R_{i(a)} = 0$$

имеет следующее сферически-симметричное решение [11]:

$$h^{(a)}_i = \begin{bmatrix} \sqrt{1-\frac{r_g}{r}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\sin\theta\cos\varphi}{\sqrt{1-\frac{r_g}{r}}} & \frac{\sin\theta\sin\varphi}{\sqrt{1-\frac{r_g}{r}}} & \frac{\cos\theta}{\sqrt{1-\frac{r_g}{r}}} \\ 0 & r\cos\theta\cos\varphi & r\cos\theta\sin\varphi & -r\sin\theta \\ 0 & -r\sin\theta\sin\varphi & r\sin\theta\cos\varphi & 0 \end{bmatrix}, \tag{14}$$

где

$$r_g = \frac{2GM}{c^2}$$

— гравитационный радиус.

Вычисляя, получаем

$$G^k = \left(0, \frac{1}{r^2}[-2r + \frac{3}{2}r_g + 2r\sqrt{1-\frac{r_g}{r}}], 0, 0\right). \tag{15}$$

Пусть

$$\Delta(\varphi) = (2) - (6) = G^k\frac{\partial\varphi}{\partial x^k}$$

— разница между описанием скалярного поля уравнениями (2) и (6). В случае (14) с учётом (15) имеем

$$\Delta(\varphi) = \frac{r_g}{2}\frac{\partial\varphi}{\partial r} = \frac{GM}{c^2}\frac{\partial\varphi}{\partial r}.$$

Следовательно, в системе отсчёта, соответствующей тетраде (14), поведение скалярной нерелятивистской частицы отличается от того поведения, которое предсказывалось бы классическим общерелятивистским уравнением скалярного поля (2).

## 5. Физический смысл добавочного члена $G^k\partial\varphi/\partial x^k$

Если рассмотреть слабое гравитационное поле, то

$$\begin{cases} c^2 G_{(\alpha)} = -\dfrac{1}{c}\dfrac{\partial(c^2\lambda^{(0)}_{\alpha})}{\partial t} - (grad\ U_{\text{ньютон}})_{(\alpha)} + O\left(\dfrac{1}{c}\right), \\ G_{(0)} \approx 0, \end{cases}$$

т. е. с $c^2 G_{(\alpha)}$ — «напряжённость» гравитационного метрико-тетрадного поля.

Если проводить аналогию с электромагнитным полем, то метрика $g_{ik}$ играет роль электрического поля, а тетрада $\lambda^{(0)}_k$ играет роль магнитного поля. При этом член $G^{(\alpha)}\partial/\partial x^\alpha$ аналогичен члену $\mathbf{E}\cdot\mathbf{p}$, входящему в уравнение Паули [8, с. 142].

Здесь $\mathbf{E}$ — напряжённость электрического поля, $\mathbf{p}$ — оператор импульса.

## 6. Внешнее скалярное поле чёрной дыры в тетрадной теории гравитации

Как показано рядом авторов [12,13], статичная чёрная дыра в общей теории относительности (ОТО) не имеет внешнего скалярного поля.

Можно ли утверждать, что в ТТГ так же, как в общей теории относительности (ОТО), отрицательно решается вопрос о существовании внешнего скалярного поля у чёрной дыры (отсутствие «волос» у чёрной дыры)?

Полученное в §§ 2,3 уравнение скалярного поля самым непосредственным образом обобщает уравнение скалярного поля (2), использующееся в ОТО. Более того, они совпадают в том случае, когда тетрадное поле удовлетворяет калибровочному условию Родичева

$$\nabla_k \lambda^k_{(a)} = 0. \tag{16}$$

Следовательно, на основании выводов, сделанных Бекенштейном [12] (для ОТО), мы можем утверждать следующее. Если чёрная дыра статична и описывается тетрадным полем, удовлетворяющим условию (16), то она не имеет внешнего скалярного статичного поля, т. е. у неё отсутствуют «волосы».

Но этим вопрос о «волосах» у чёрной дыры не исчерпывается. Дело в том, что существуют решения тетрадных уравнений Эйнштейна с метрикой Шварцшильда, не удовлетворяющие (16). Поэтому требуется дополнительное исследование.

Будем под ТТГ понимать теорию, уравнения поля в которой совпадают с уравнениями Эйнштейна. Скалярное поле описываем обобщённым уравнением Клейна–Фока:

$$(\eta^{(ab)}\widehat{p}_{(a)}\widehat{p}_{(b)} - m^2c^2)\varphi = 0. \tag{17}$$

Уравнение (17), как мы знаем, не инвариантно при самых общих лоренц-поворотах тетрады.

**Определение 1.** Вакуумное решение $\lambda^i_{(a)}$ уравнений поля описывает чёрную дыру в ТТГ, если метрика $g_{ik} = \eta_{(ab)}\lambda^{(a)}_i\lambda^{(b)}_k$ описывает чёрную дыру в ОТО. Причём чёрная дыра — это компактный объект в 3-пространстве.

**Определение 2.** Поле $\lambda^i_{(a)}$ статично, если его компоненты не зависят от временной координаты $x^0$ и $\lambda^{(a)}_0 = \lambda^{(0)}_\alpha = 0$ $(\alpha = 1,2,3)$.

Будем предполагать, что метрика $g_{ik}$ асимптотически плоская, и во внешней области чёрной дыры координаты $x^i$ выбраны так, что $g_{ik}$ на бесконечности переходят в компоненты метрики Шварцшильда, заданные в сферических координатах. Горизонт событий $F$ описывается уравнением $F(x^1,x^2,x^3) = 0$, и нормаль $n_i$ к нему, а также элемент поверхности $dS_i$ имеют нулевую временную компоненту, и поскольку это световая (изотропная) поверхность, то

$$dS_\alpha dS^\alpha = 0.$$

**Теорема 1.** *Пусть $\lambda^i_{(a)}$ — статичное гравитационное поле, описывающее чёрную дыру, а $\varphi(x^1,x^2,x^3)$ — статичное внешнее скалярное поле. Если выполнены условия:*

1) *$b_ib^i$, где $b^i = \sqrt{-g}g^{ik}\varphi\dfrac{\partial\varphi}{\partial x^k}$, ограничено на горизонте;*

2) *$a_ia^i$, где $a^i = \sqrt{-g}\varphi^2G^i$, ограничено на горизонте;*

3) *$\nabla_mG^m \geqslant 0$ и $\nabla_mG^m \neq 0$ хотя бы в одной точке вне горизонта,*

*то $\varphi \equiv 0$, т. е. чёрная дыра не имеет внешнего скалярного поля.*

Эта теорема дополняет аналогичный результат Бекенштейна 1972 года [12]. Исследования показали, что, в отличие от ОТО, даже в случае шварцшильдова пространства-времени условия 1) – 3) теоремы могут не выполняться.

**Доказательство.** Так как

$$g^{ik}\nabla_i\nabla_k\varphi = \nabla_i\left(g^{ik}\frac{\partial\varphi}{\partial x^k}\right) = \frac{1}{\sqrt{-g}}\frac{\partial}{\partial x^i}\left(\sqrt{-g}g^{ik}\frac{\partial\varphi}{\partial x^k}\right)$$

и

$$\frac{\partial}{\partial x^i}\left(\sqrt{-g}g^{ik}\varphi\frac{\partial\varphi}{\partial x^k}\right) = \varphi\frac{\partial}{\partial x^i}\left(\sqrt{-g}g^{ik}\frac{\partial\varphi}{\partial x^k}\right) + \frac{\partial\varphi}{\partial x^i}\sqrt{-g}g^{ik}\frac{\partial\varphi}{\partial x^k},$$

то подставляя эти равенства в уравнение (6), получим

$$\frac{\partial}{\partial x^i}\left(\sqrt{-g}g^{ik}\varphi\frac{\partial\varphi}{\partial x^k}\right)-\sqrt{-g}g^{ik}\frac{\partial\varphi}{\partial x^i}\frac{\partial\varphi}{\partial x^k}-\sqrt{-g}G^m\varphi\frac{\partial\varphi}{\partial x^m}+\sqrt{-g}\mu^2\varphi^2=0.$$

Интегрируем полученное уравнение по внешности чёрной дыры до пространственной бесконечности $r=+\infty$ и по времени $x^0$ от $x_1^0$ до $x_2^0$ — области $\Omega$:

$$\int\limits_\Omega\frac{\partial}{\partial x^i}\left(\sqrt{-g}g^{ik}\varphi\frac{\partial\varphi}{\partial x^k}\right)d^4x-\int\limits_\Omega\sqrt{-g}G^m\varphi\frac{\partial\varphi}{\partial x^m}d^4x+$$

$$+\int\limits_\Omega\sqrt{-g}\left(\sqrt{-g}\mu^2\varphi^2-g^{ik}\frac{\partial\varphi}{\partial x^i}\frac{\partial\varphi}{\partial x^k}\right)d^4x=0. \qquad (18)$$

Для первого интеграла в (18) в силу статичности метрики $g_{ik}$ и равенства $dS_0=0$ имеем

$$\int\limits_\Omega\frac{\partial}{\partial x^i}\left(\sqrt{-g}g^{ik}\varphi\frac{\partial\varphi}{\partial x^k}\right)d^4x=\int\limits_{F\times[x_1^0,x_2^0]}\sqrt{-g}g^{ik}\varphi\frac{\partial\varphi}{\partial x^k}n_idS=\int\limits_{F\times[x_1^0,x_2^0]}\sqrt{-g}g^{\alpha\beta}\varphi\frac{\partial\varphi}{\partial x^\beta}n_\alpha dS=$$

$$=\int\limits_{F\times[x_1^0,x_2^0]}\sqrt{-g}g_{\alpha\beta}\varphi\frac{\partial\varphi}{\partial x^\alpha}dS^\beta,$$

где $dS_i=n_idS$ — элемент поверхности, $n_i=\frac{\partial F}{\partial x^i}$, $n_0=0$.

Используя неравенство Шварца

$$[g_{\alpha\beta}b^\alpha dS^\beta]^2\leqslant[g_{\alpha\beta}b^\alpha b^\beta][g_{\alpha\beta}dS^\alpha dS^\beta],$$

где

$$b^\alpha=\sqrt{-g}g^{\alpha\gamma}\varphi\frac{\partial\varphi}{\partial x^\gamma},$$

а также то, что на горизонте $g_{\alpha\beta}dS^\alpha dS^\beta=0$, и условие 1) теоремы, получаем, что

$$g_{\alpha\beta}b^\alpha dS^\beta=0.$$

Следовательно, первый интеграл в (18) равен нулю.

Далее, имеем

$$\sqrt{-g}G^m\varphi\frac{\partial\varphi}{\partial x^m}=\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial x^m}\left(\sqrt{-g}G^m\varphi^2\right)-\frac{1}{2}\frac{\partial(\sqrt{-g}G^m)}{\partial x^m}\varphi^2.$$

Поэтому второй интеграл в (18)

$$\int\limits_\Omega\sqrt{-g}G^m\varphi\frac{\partial\varphi}{\partial x^m}d^4x=$$

$$= \int\limits_{\Omega} \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial x^m}\left(\sqrt{-g}G^m\varphi^2\right)d^4x - \int\limits_{\Omega} \frac{1}{2}\frac{\partial(\sqrt{-g}G^m)}{\partial x^m}\varphi^2 d^4x =$$

$$= \frac{1}{2}\int\limits_{F\times[x_1^0,x_2^0]} \sqrt{-g}G^m\varphi^2 dS_m - \int\limits_{\Omega} \frac{1}{2}\frac{\partial(\sqrt{-g}G^m)}{\partial x^m}\varphi^2 d^4x =$$

$$= \frac{1}{2}\int\limits_{F\times[x_1^0,x_2^0]} \sqrt{-g}G^m\varphi^2 dS_m - \int\limits_{\Omega} \frac{1}{2}\sqrt{-g}\nabla_m G^m\varphi^2 d^4x. \tag{19}$$

Так же, как и выше, устанавливается, благодаря условию 2), что в (19) интеграл по горизонту равен нулю.

Итак, уравнение (18) сводится к уравнению

$$\int\limits_{\Omega} \frac{1}{2}\sqrt{-g}\nabla_m G^m\varphi^2 d^4x + \int\limits_{\Omega} \sqrt{-g}\left(\mu^2\varphi^2 - g^{ik}\frac{\partial\varphi}{\partial x^i}\frac{\partial\varphi}{\partial x^k}\right)d^4x = 0 \tag{20}$$

или

$$\int\limits_{\Omega} \sqrt{-g}\left(\mu^2\varphi^2 - g^{ik}\frac{\partial\varphi}{\partial x^i}\frac{\partial\varphi}{\partial x^k} + \frac{1}{2}\nabla_m G^m\varphi^2\right)d^4x = 0. \tag{21}$$

Поскольку чёрная дыра статичная, то последнее равенство сводится к

$$\int\limits_{\Omega} \sqrt{-g}\left(\mu^2\varphi^2 - g^{\alpha\beta}\frac{\partial\varphi}{\partial x^\alpha}\frac{\partial\varphi}{\partial x^\beta} + \frac{1}{2}\nabla_\mu G^\mu\varphi^2\right)d^4x = 0. \tag{22}$$

Слагаемые подынтегральной функции в (22) в силу условия 3), в частности не отрицательны. Если хотя бы одно из слагаемых, хотя бы в одной точке больше нуля, то сам интеграл будет отличен от нуля. Поэтому

$$\varphi^2 \equiv 0, \text{или} \quad \varphi \equiv 0.$$

■

## Литература

1. Гуц А.К. О внешнем скалярном поле чёрной дыры в тетрадной теории гравитации // Материалы третьей отчётной научно-практической конференции Омского университета. Омск: ОмГУ, 1977. С. 60–62.
2. Гуц А.К. Уравнение скалярного поля в тетрадной теории гравитации // Учёный совет мат. фак. ОмГУ. Деп. в ВИНИТИ 02.12.92, № 3426–В92. 12 с.
3. Гуц А.К. Физика реальности. Омск : Изд-во КАН, 2012. 424 с.
4. Einstein A. Riemann-Geometrie mit Aujrechterhaltungdes Begriffes des Fernparallelismus // Sitzungsber. preuss. Akad. Wiss., phys.-math. K. 1. 1928. S. 217–221.
5. Меллер Дж. Законы сохранения в тетрадной теории гравитации / В сб.: Гравитация и топология. Актуальные проблемы. М. : Мир, 1966.

6. Иваницкая О.Г. Обобщённые преобразования Лоренца и их применения. Минск : «Наука и техника», 1969.
7. Мицкевич Н.В. Системы отсчёта и конструктивный подход к наблюдаемым в общей теории относительности / Эйнштейновский сб. 1971. М. : Наука, 1972. С. 67–87.
8. Мицкевич Н.В. Физические поля в общей теории относительности. М. : Наука, 1969.
9. Коноплёва Н.П., Попов В.Н. Калибровочные поля. М. : Атомиздат, 1972.
10. Родичев В.И. Теория тяготения в ортогональном репере. М. : Наука, 1974.
11. Сусурин Г.Э., Левашев А.Е. Решение тетрадного уравнения Эйнштейна при калибровке тетрад Швингера–Родичева // Гравитация и теория относительности. Казань : Изд-во КГУ, 1968. Вып.4–5. С. 129–135.
12. Bekenstein J. Nonexistence of Baryon Number for Static Black Holes // Phys. Rev. 1972. V. D5, No. 6. P. 1239–1246.
13. Teitelboim C. Nonmeasurability of the Baryon Number of a Black-Hole // Lett. Nuov. Cim. 1972. V. 3. P. 326–328.

## THE ABSENCE OF SCALAR "HAIR" IN A STATIC BLACK HOLE IN THE TETRAD THEORY OF GRAVITY

**A.K. Guts**
Dr.Sc. (Phys.-Math.), Professor, e-mail: guts@omsu.ru

Dostoevsky Omsk State University

**Abstract.** In the article, the theorem in the framework of the tetrad theory of gravity is proved, under the conditions of which on a scalar field it can be argued that a static black hole does not have scalar "hairs". In other words, such black hole is characterized only by one physical quantity — mass, and it has no baryon number

**Keywords:** tetrad gravity theory, scalar field, no-hair theorem.

## References

1. Guts A.K. O vneshnem skalyarnom pole chernoi dyry v tetradnoi teorii gravitatsii. Materialy tret'ei otchetnoi nauchno-prakticheskoi konferentsii Omskogo universiteta, Omsk, OmGU Publ., 1977, pp. 60–62. (in Russian)
2. Guts A.K. Uravnenie skalyarnogo polya v tetradnoi teorii gravitatsii. Uchenyi sovet mat. fak. OmGU. Dep. v VINITI. 02.12.92, no. 3426–B92. 12 p. (in Russian)
3. Guts A.K. Fizika real'nosti. Omsk, Izd-vo KAN, 2012. 424 p. (in Russian)
4. Einstein A. Riemann-Geometrie mit Aujrechterhaltungdes Begriffes des Fernparallelismus. Sitzungsber. preuss. Akad. Wiss., phys.math., k. 1, 1928, s. 217–221.
5. Meller Dzh. Zakony sokhraneniya v tetradnoi teorii gravitatsii. V sb.: Gravitatsiya i topologiya. Aktual'nye problemy, Moscow, Mir Publ., 1966. (in Russian)
6. Ivanitskaya O.G. Obobshchennye preobrazovaniya Lorentsa i ikh primeneniya. Minsk, Nauka i tekhnika Publ., 1969. (in Russian)

7. Mitskevich N.V. Sistemy otscheta i konstruktivnyi podkhod k nablyudaemym v obshchei teorii otnositel'nosti. Einshteinovskii sb. 1971, Moscou, Nauka Publ., 1972, pp. 67–87. (in Russian)
8. Mitskevich N.V. Fizicheskie polya v obshchei teorii otnositel'nosti. Moscow, Nauka Publ., 1969. (in Russian)
9. Konopleva N.P. and Popov V.N. Kalibrovochnye polya. Moscow, Atomizdat Publ., 1972. (in Russian)
10. Rodichev V.I. Teoriya tyagoteniya v ortogonal'nom repere. Moscow, Nauka Publ., 1974. (in Russian)
11. Susurin G.E. and Levashev A.E. Reshenie tetradnogo uravneniya Einshteina pri kalibrovke tetrad Shvingera-Rodicheva. Gravitatsiya i teoriya otnositel'nosti, Kazan', Izd-vo KGU, 1968, vol.4–5, pp. 129–135. (in Russian)
12. Bekenstein J. Nonexistence of Baryon Number for Static Black Holes. Phys. Rev., 1972, vol. D5, no. 6, pp. 1239–1246.
13. Teitelboim C. Nonmeasurability of the Baryon Number of a Black-Hole. Lett. Nuov. Cim., 1972, vol. 3, pp. 326–328.

*Дата поступления в редакцию: 27.09.2021*