Математические структуры и моделирование
2020. №4(56). С. 31–40

УДК 539.1
DOI 10.24147/2222-8772.2020.4.31-40

О ЦВЕТАХ И ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЗАРЯДАХ КВАРКОВ: МОДЕЛИРОВАНИЕ В ТЕРМИНАХ ГРУПП U(n) И SU(n,n)

А.В. Левичев[1]
профессор, д.ф.-м.н., с.н.с., e-mail: alevichev@gmail.com
А.Ю. Пальянов[2]
д.ф.-м.н., в.н.с., e-mail: palyanov@iis.nsk.su

[1]Институт математики СО РАН им. С.Л. Соболева, Новосибирск, Россия

[2]Институт систем информатики СО РАН им. А.П. Ершова, Новосибирск, Россия

Аннотация. Приведено краткое описание многоуровневой модели кварк-глюонной среды. В рамках этой модели, используя подход Вигнера–Сигала к элементарным частицам и модифицируя схему Хана–Намбу, предложено рассматривать электрический заряд протона как частный случай целочисленных цветовых зарядов кварков. Дробные же электрические заряды кварков интерпретированы как получающиеся среднестатистически.

Ключевые слова: многоуровневая модель кварк-глюонной среды; метод Вигнера–Сигала и хронометрические фермионы; цветовые заряды; схема Хана–Намбу.

1. Введение: хронометрия Сигала и много-уровневая модель кварк-глюонной среды

В [1] была предложена многоуровневая модель (МУМ, для краткости) кварк-глюонной среды. Все используемые ниже обозначения введены в [1] и/или в [2]; в них же введена соответствующая терминология. МУМ основана на последовательности *канонических* (т. е., соответствующих главным минорам рассматриваемых матриц) вложений групп: $U(2)$ в $U(3)$, $U(2)$ в $U(4)$, $U(2)$ в $U(5)$ и т. д. Эти группы названы *уровнями* (материи): $U(2)$ — нулевым (это наш — «обычный»), $U(3)$ – первым, $U(4)$ – вторым и т. д. Такая договорённость соответствует стандартным *поколениям* кварков. В данной заметке нет необходимости рассматривать глюоны, поэтому ниже (в Секциях 2, 3) приводятся лишь те определения и обозначения, которые относятся к кваркам.

Согласно *хронометрии* Сигала (Irving E. Segal, 1918-1998), имеется всюду определённое дробно-линейное конформное действие группы $SU(2,2)$ на $\mathbf{D} = U(2)$. Исходя из него можно отыскать список всех элементарных (хронометрических) частиц спина $1/2$ в пространстве-времени $\mathbf{D}$. Сигал утверждал (см. [3], где предлагалось использование т. н. *кривой* параллелизации, но полного доказательства там нет), что их четыре: *эксон* — (гипотетическая) нейтральная массивная частица, мюонное нейтрино — ν_μ, электронное нейтрино

— ν_e и электрон — e. Соответствующие им пространства представлений по-разному встроены в композиционный ряд. В [4] было предложено интерпретировать нижнее инвариантное подпространство как протонное p, нежели эксонное. Тогда цепочка факторов композиционного ряда такова: $p < \nu_\mu < \nu_e < e$. Использовалась т.н. *кривая* параллелизация.

Замечание 1.1. В [5] доказано, что «между» протоном и электроном имеется ЛИШЬ ОДНО нейтрино. Оно интерпретировано как электронное нейтрино. Использовалась т. н. *плоская* параллелизация.

Состояния протона принадлежат $SU(2,2)$-инвариантному подпространству, поэтому протон является стабильной частицей. Согласно МУМ, кварк может быть интерпретирован как (попавший на «более глубокий» уровень) протон. Такая интерпретация не противоречит детектированию трёх точечных составляющих в протоне при глубоко-неупругом электрон-протонном рассеянии (см. [6]) и упругому электрон-кварковому рассеянию. Число цветов зависит от рассматриваемого уровня [1]. Отметим в связи с этим, что есть работы, где число цветов больше трёх (и даже обсуждаются пределы, когда число цветов стремится к бесконечности). МУМ предсказывает ТРИ кварка четвёртого поколения (см. [7]), в то время как обычно ведётся поиск ДВУХ таковых.

2. Аромат и цвет кварков первого поколения

Исторически (чтобы не получилось противоречие с принципом Паули) составляющим протон фермионам (т. е. кваркам) был приписан *цвет*. В отличие от Стандартной Модели (СМ, для краткости) в МУМ не предполагается, что протон состоит из каких-либо частиц. Однако понятие цвета (хронометрических) кварков как бы «встроено» в саму МУМ (см. наши Секции 2 – 4).

Конкретизируем (упомянутые в Секции 1) вложения групп. Для уровня $U(3)$ задаём такие вложения, что при действии каждого из них матрица Z из $\mathbf{D} = U(2)$ переходит в некоторый главный минор соответствующей 3 на 3 матрицы из $U(3)$. Обозначим через D_{12} такой образ (при действии вложения A_{12}) исходного $\mathbf{D}$, что:

(2.1) каждая матрица Z из $\mathbf{D}$ теперь является 2 на 2 верхним главным минором в 3 на 3 матрице $A_{12}(Z)$ в $U(3)$,

(2.2) оставшийся диагональный элемент в $A_{12}(Z)$ равен 1,

(2.3) в $A_{12}(Z)$ все неупомянутые в (2.1) и (2.2) элементы равны нулю.

Оставшиеся два вложения, A_{13} и A_{23}, задаются аналогично. Очевидно, что D_{12}, D_{13} и D_{23} являются $U(2)$–подгруппами в $U(3)$. Отметим, что группа $U(2)$ замкнута по отношению к комплексному сопряжению и по отношению к (матричному) транспонированию. Результат Z^T транспонирования можно рассматривать как матрицу, симметричную этой Z относительно главной диагонали. Отсюда следует, что каждая из подгрупп D_{12}, D_{13}, D_{23} инвариантна по отношению к этим операциям в $U(3)$. Отметим также, что перечисляя все D_{ij}, достаточно считать, что всегда $i < j$.

На множестве всех m на m матриц введём P_m, симметрию относительно побочной диагонали. Очевидно, что если Z из $U(2)$, то и $P_2(Z)$ является элементом $U(2)$. Отсюда следует, что подгруппа D_{13} является P_3-инвариантной в $U(3)$, в то время как $P_3(D_{12}) = D_{23}, P_3(D_{23}) = D_{12}$. Назовём вложения A_{12} и A_{23} эквивалентными: одно переходит в другое при композиции с P_3. **Получилось соответствие с двумя u-кварками «в» протоне, в то время как A_{13} соответствует наличию d-кварка в этом протоне.** Таким образом введено понятие *аромата* кварка (для кварков первого уровня).

Цвет кварков был введён в [1] следующим образом. Известно, что каждая матрица g_n (в $G_n = SU(n,n)$) образована n на n блоками A_n, B_n, C_n, D_n; при этом G_n действует на $U(n)$ дробно-линейно; дополнительные детали приведены, например в [8, Секция 2.1]. Начнём с вложения A_{12}. Оно выделяет первую и вторую строки и первый и второй столбцы. Такое выделение (= выбор) строк и столбцов задаёт $SU(2,2)$-подгруппу G_{12} в G_3. Именно каждая g_3 в G_{12} составлена (из блоков A_2, B_2, C_2, D_2 исходной матрицы g_2 из $G_2 = SU(2,2)$) следующим образом: A_2 — это верхний главный минор в 6 на 6 матрице g_3; D_2 — главный минор, который стоит на пересечении строк и столбцов с номерами 4 и 5; ещё один (не являющийся главным) минор B_2 стоит на пересечении строк (1 и 2) со столбцами 4 и 5; C_2 стоит на пересечении строк (4 и 5) со столбцами 1 и 2. Остальные элементы матрицы g_3 таковы: 1 (если на главной диагонали) и 0 (если вне главной диагонали). Подгруппы G_{13} и G_{23} задаются аналогично. На каждой из $U(2)$-подгрупп D_{12}, D_{13}, D_{23} задаётся (естественным образом) действие любой (выбранной из G_{12}, G_{13} и G_{23}) $SU(2,2)$-подгруппы. **Цвет** (один из трёх возможных на первом уровне) **кварка** D_{ij} задаётся выбором одной подгруппы (из G_{12}, G_{13}, G_{23}).

3. Описание дальнейших уровней и общее число кварков

Сначала рассмотрим вложения $\mathbf{D} = U(2)$ в $U(4)$. Вот их список: A_{12}, A_{13}, A_{14}, A_{23}, A_{24}, A_{34}; смысл нижних индексов вполне ясен: см. предыдущую секцию. Чтобы ввести эквивалентности, привлечём (заданный выше) оператор P_4. Ясно, что A_{12} эквивалентно A_{34}, а A_{13} эквивалентно A_{24}. Каждая из подгрупп D_{14}, D_{23} является P_4–инвариантной. Соотнесём D_{14} с $\mathbf{s}$-кварком, а D_{23} – с $\mathbf{c}$-кварком. На этом (т. е. втором) уровне D_{12} (она эквивалентна D_{34}) ассоциируется с $\mathbf{u}$-кварком, в то время как D_{13} (эквивалентная D_{24}) – с $\mathbf{d}$-кварком. Следовательно (в модели), на втором уровне «живут» кварки обоих поколений (первого и второго). Понятие цвета вводится аналогично предыдущему уровню. Число цветов (на втором уровне) равно шести.

Теперь введём понятие цвета для любого уровня $U(n)$. Пусть выбрано вложение A_{ij} группы $\mathbf{D} = U(2)$ в $U(n)$. Под G_{ij} будем понимать некоторую (вполне определённую) $SU(2,2)$-подгруппу в $G_n = SU(n,n)$. Именно G_{ij} состоит из всевозможных матриц g_n, однозначно задаваемых четырьмя n на n блоками: A_n, B_n, C_n, D_n. Эти четыре блока однозначно воспроизводятся по матрице g_2 (произвольно выбранной) из $G_2 = SU(2,2)$; в частности, G_{ij} окажется изоморфной $SU(2,2)$ – см. Утверждение 1 ниже. Каждый g_2 задаётся своими 2 на 2 блоками A_2, B_2, C_2, D_2. Чтобы задать каждый n на n блок в g_n, действуем следующим образом. Выбор A_{ij} задаёт определённый 2 на 2 главный минор (в произвольной n на n матрице). Блок A_n задаётся теми условиями, что A_2 «занимает» в нём в точности такой же 2 на 2 минор, а остальные элементы в A_n — это единицы (если этот элемент на главной диагонали) или нули (если элемент — вне главной диагонали) — ср. с тем, как была определена G_{12} в Секции 2. Блок D_n задаём аналогично: исходя из D_2. Оставшиеся блоки, B_n и C_n, задаются (с помощью B_2 и C_2) несколько иначе. Именно каждый элемент вне соответствующего 2 на 2 главного минора в блоке равен нулю. Следующее утверждение было доказано в [9].

Утверждение 1. G_{ij} является подгруппой в G_n; она изоморфна $SU(2,2)$.

Для каждого уровня $U(n), n > 2$ кварк (определённого аромата и цвета) задаётся как упорядоченная тройка (D_{pq}, G_{ij}, m). Здесь m равно 1 или минус 1 (в зависимости от того идёт ли речь о частице, или о её античастице). Подгруппа D_{pq} в $U(n)$ задаёт *аромат*, а подгруппа G_{ij} в $SU(n,n)$ задаёт *цвет*. Неявной частью такого определения является вполне определённое пространство представления (p-пространство, в нём «живёт» волновая функция протона), в котором задано действие группы G_{ij}. Нетрудно установить (доказательство опускаем) следующее:

Утверждение 2. Общее число цветов на уровне $U(n)$ равно $n(n-1)/2$.

Теперь перечислим все $U(2)$–вложения в $U(5)$: A_{12}, A_{13}, A_{14}, A_{15}, A_{23}, A_{24}, A_{25}, A_{34}, A_{35}, A_{45}. Ясно, что $P_5(D_{12}) = D_{45}$, u-кварк; $P_5(D_{13}) = D_{35}$, d-кварк; $P_5(D_{14}) = D_{25}$, s-кварк; $P_5(D_{23}) = D_{34}$, c-кварк. Каждая же из следующих двух подгрупп, D_{15} (t-кварк) и D_{24} (b-кварк), является P_5–инвариантной. Общее число цветов (для третьего уровня) равно 10.

Введём обозначение $q(n; i, j)$ для соответствующего кварка поколения n: речь идёт об уровне $U(n + 2)$. Напомним, что здесь всегда $i < j$. Следствием такой договорённости являются следующие соотношения:

$$q(1;1,2) = q(1;2,3) = u, q(1;1,3) = d; q(2;1,2) = q(2;3,4) = u,$$
$$q(2;1,3) = q(2;2,4) = d, q(2;2,3) = c, q(2;1,4) = s;$$
$$q(3;1,2) = q(3;4,5) = u, q(3;1,3) = q(3;3,5) = d, q(3;2,3) = q(3;3,4) = c,$$
$$q(3;1,4) = q(3;2,5) = s, q(3;2,4) = b, q(3;1,5) = t,$$

где t – «топ-кварк».

В [1] было доказано, что у кварков четвёртого поколения имеются **три аромата** (эти новые ароматы появляются на уровне $U(6)$). В общем виде следующее утверждения было доказано в [1]:

Теорема 1. *На уровне $U(n)$ пусть $U(2)$-подгруппа D_{ij} не является P_n-инвариантной. Тогда D_{ij} соответствует кварку, «появившемуся» на более низком уровне. Имеют место следующие (рекуррентная (3.1) и явная (3.2)) формулы (для общего числа m_n кварков, «живущих» на уровне $U(n)$):*

$$m_2 = 1, m_n = m_{n-1} + [n/2], \tag{3.1}$$

$$m_n = \{n(n-1)/2 + [n/2]\}/2. \tag{3.2}$$

Под $[x]$ здесь понимается *наибольшая целая часть* (вещественного) числа x.

4. Дробные заряды кварков и схема Хана–Намбу

В СМ считается, что электрический заряд кварков u, c, t равен 2/3, а заряд кварков d, s, b равен минус 1/3. Известны и модели с целыми зарядами кварков: см., например, [10]. В этой статье даны и ссылки на (пионерские) работы Хана (Han) и Намбу (Nambu). Такой подход называется схемой Хана–Намбу. Данная секция посвящена её адаптации к МУМ. Сначала рассматриваем уровень $U(3)$. Воспроизведём (используя введённые нами обозначения) таблицу со с.1 статьи [10].

Таблица 1.

f \ c	12	23	13
u:12, 23	1	1	0
d: 13	0	0	-1

Здесь под f понимается аромат (flavor), т. е. u или d; под c — цвет (color). Последние три элемента первой строки этой таблицы правильнее было бы ввести как G_{12}, G_{23}, G_{13} (см. нашу Секцию 2), но и 12, 23, 13 не должны привести к недоразумению. Аналогично (в начале второй строки) используются 12, 23 вместо D_{12}, D_{23} и т. д. Возможная «механистическая» интерпретация такова: когда протон (в результате глубоко-неупругого взаимодействия) попал в ячейку D_{13} (и на какое-то, весьма незначительное, время там задержался), то там его цвет будет (с огромной частотой «перескоков» между цветами, по-видимому) одним из трёх: G_{12}, G_{23} или G_{13}. Так как эти цветовые подгруппы генерируют в D_{13} электрические заряды 0, 0, минус 1, то средний (average) заряд кварка d равен минус 1/3. Аналогично: заряд кварка u равен 2/3. Для уровня $U(4)$ вводится следующая

Таблица 2.

f \ c	12	13	14	23	24	34
u: 12, 34	1	0	1	1	0	1
d: 13, 24	0	-1	0	0	-1	0
s: 14	0	-1	0	0	-1	0
c: 23	1	0	1	1	0	1

В итоге применение схемы Хана–Намбу позволяет сделать вывод о «правильных» электрических зарядах кварков u, d, c, s на этом уровне. На уровне $U(5)$ имеются 10 цветов (см. таблицу 3). Получается, что кварки u, c, t заряжены на 7/10, а кварки d, s, b заряжены на минус 3/10. Таким образом, на этом уровне положения СМ и выводы МУМ (в предположении выполнения схемы Хана–Намбу) противоречат друг другу (по электрическим зарядам кварков).

Замечание 4.1. Представляется, что экспериментально данное расхождение можно исследовать в терминах следующей функции: $R =$ отношение числа случаев рождения адронов к числу случаев рождения мюон-мюон$^{+}$ пары при электрон-позитронной аннигиляции. Как известно (см., например, [11, с. 269]), это отношение является одним из основных объектов экспериментального изучения. В области резонансов $R(E)$ — это сложная функция. Вне резонансов: $R = 3\sum(f^2)$, где суммирование идёт по всем кваркам с массой меньше энергии E, а $f = f(q)$ - электрические заряды соответствующих кварков (вне резонансов R является кусочно-постоянной функцией). Однако сначала надо вывести аналог этой формулы для многоуровневой модели – ведь теперь число цветов равно трём лишь на уровне $U(3)$. Тем не менее (даже без знания этой формулы), можно предположить (если считать верной схему Хана–Намбу), что на уровне $U(5)$ функция R ведёт себя (качественно) иначе по сравнению с предыдущими уровнями — $U(3), U(4)$ и последующим — $U(6)$. Отметим, что в [9], в Секции 6 при рассмотрении уровня $U(5)$ были слишком поспешно предложены соответствующие численные поправки. Как мы только что отметили, сейчас этот вопрос представляется более сложным.

Таблица 3.

f \ c	12	13	14	15	23	24	25	34	35	45
u: 12, 45	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1
d: 13, 35	0	-1	0	0	0	-1	0	0	-1	0
s: 14, 25	0	-1	0	0	0	-1	0	0	-1	0
c: 12, 45	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1
b: 14, 25	0	-1	0	0	0	-1	0	0	-1	0
t: 12, 45	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1

На уровне $U(6)$ число цветов равно 15, см. таблицу 4. Добавляются три новых аромата, заряды соответствующих «новых» кварков таковы: $f(4;1,6) = f(4;3,4) = 2/3; f(4;2,5) = -1/3$. На этом уровне заряды всех кварков предыдущих поколений те же, что в СМ.

Замечание 4.2. В [7] введено условие *неотрицательной минимальной целочисленности* всех канонических $U(3)$-вложений U_{ijk} (в $U(4)$, в $U(5)$ и т. д.). Также там постулируется условие *соответствия уровней*. Предполагается (чисто математически), что электрические заряды двух кварков (u и d) стандартны, а схема Хана–Намбу не используется. Доказано, что выполнение этих двух условий обеспечивает стандартность электрических зарядов остальных известных кварков (т. е. в поколениях 2 и 3). Кроме того, в [7] получены и (вышеупомянутые) значения: $f(4;1,6) = f(4;3,4) = 2/3; f(4;2,5) = -1/3$.

Таблица 4.

f \ c	12	13	14	15	16	23	24	25	26	34	35	36	45	46	56
u: 12, 56	1	0	1	1	0	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1
d: 13, 46	0	-1	0	0	-1	0	-1	0	0	0	-1	0	0	-1	0
s: 14, 36	0	-1	0	0	-1	0	-1	0	0	0	-1	0	0	-1	0
c: 23, 45	1	0	1	1	0	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1
b: 24, 35	0	-1	0	0	-1	0	-1	0	0	0	-1	0	0	-1	0
t: 15, 26	1	0	1	1	0	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1
q(4;1;6)	1	0	1	1	0	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1
q(4;2;5)	0	-1	0	0	-1	0	-1	0	0	0	-1	0	0	-1	0
q(4;3;4)	1	0	1	1	0	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1

5. Заключение

Хронометрические фермионы (т. е. частицы спина 1/2) вводятся исходя из т. н. спэннорного (см. [3]) представления. Мы предлагаем назвать этот способ моделирования элементарных частиц *методом Вигнера–Сигала*. В [5] было установлено, что композиционный ряд фермионов — трёхступенчатый. Крайние (т. е. нижний и верхний) факторы соответствуют заряженным частицам: протону и электрону. Этот вывод позволяет «математически» ответить на вопрос о происхождении электрического заряда следующим образом: **электрический заряд обусловлен действием конформной группы** (в виде $SU(2,2)$, например) в пространстве спэннорного представления. С точки зрения обычной кварковой модели (являющейся составной частью СМ), а также в рамках МУМ имеются и цветовые заряды. Согласно СМ, электрические заряды кварков дробны. Авторы данной заметки предлагают (в рамках МУМ) интерпретировать электрический заряд протона как частный случай цветовых зарядов 'МУМ-кварков' (и использовать подход Хана–Намбу). Согласно введённой (выше) конструкции, каждый МУМ-кварк — это (хронометрический) протон, попавший в определённую ячейку (на определённом уровне). В *слое* (это синоним термина уровень) $U(2)$ действует лишь одна $SU(2,2)$, т. е имеется лишь один цветовой заряд. Он интерпретируется (для протона) как электрический. В слое $U(3)$ действуют три подгруппы группы $SU(3,3)$: в нашей Секции 2 они обозначены G_{12}, G_{13}, G_{23}. Каждая из этих подгрупп изоморфна $SU(2,2)$. Отсюда — три цветовых заряда («величина» каждого из них — единица, см. таблицу 1). И т. д.: в любом слое $U(n)$ каждый цветовой заряд «генерируется» соответствующей подгруппой, изоморфной $SU(2,2)$. Электрический же заряд каждого МУМ-кварка — это статистическое среднее (average) его цветовых зарядов (более подробное описание было нами приведено выше: сразу после таблицы 1, в секции 4).

6. Финансовая поддержка

Работа А. Левичева была частично профинансирована в рамках Программы фундаментальных научных исследований СО РАН № I.1.2., проект № 0314-2019-0006.

Литература

1. Levichev A.V. Towards a matrix multi-level model of quark-gluon media // Journal of Progressive Research in Mathematics. 2016. V. 10, Issue 2. P. 1493–1496. URL: `http://scitecresearch.com/journals/index.php/jprm/article/view/974/0` (дата обращения: 16.10.19).
2. Левичев А.В., Пальянов А.Ю. Анализ в космических расслоениях на основе групп U(1,1) и U(2): случаи SU(2,2)-действий в их 2- и 4-накрытиях // Математические структуры и моделирование. 2018. № 45(1). С. 12–22.
3. Segal I.E. Is the cygnet the quintessential baryon? // Proc. Natl. Acad. Sci. USA. 1991. V. 88. P. 994–998.
4. Левичев А.В. Хроногеометрия Сигала: становление теории, её применение к физике частиц и взаимодействий, перспективы развития // Поиск математических закономерностей Мироздания: физические идеи, подходы, концепции / ред. М.М. Лаврентьев, В.Н. Самойлов. Новосибирск, 2010. С. 69–99.
5. Jakobsen H.P., Levichev A.V. The representation of SU(2,2) which is interpreted as describing chronometric fermions (proton, neutrino, and electron) in terms of a single composition series // Physics of Elementary Particles and Atomic Nuclei, Letters. 2020. Submitted.
6. Breidenbach, M. et al. Observed Behavior of Highly Inelastic Electron-Proton Scattering // Phys. Rev. Lett. 1969. V. 23. P. 935–939.
7. Levichev A.V., Palyanov A.Yu. Standard charges of quarks determination in terms of the multi-level model // Proceedings of the All-Russia conference with the international participation "Knowledge-Ontology-Theories"(KONT-2019), 7-11 October 2019. Novosibirsk : Sobolev Institute of Mathematics of the Siberian Division, RAS. Novosibirsk, Russia, 2019. P. 222–226. URL: `http://math.nsc.ru/conference/zont/19/` (дата обращения: 16.10.19).
8. Paneitz S.M., Segal I.E. Analysis in space-time bundles I: General considerations and the scalar bundle // Journal of Functional Analysis. 1982. V. 7. P. 78–142.
9. Levichev A.V. One Possible Application of the Chronometric Theory of I.E. Segal: A Toy Model of Quarks and Gluons. // Journal of Physics: Conference Series. 2019. V. 1194, 012071. P. 1–6.
10. Faessler M.A. Weinberg Angle and Integer Electric Charges of Quarks. URL: `https://arxiv.org/abs/1308.5900` (дата обращения: 16.10.19).
11. Волошин М.Б., Тер-Мартиросян К.А. Теория калибровочных взаимодействий элементарных частиц. Москва : Энергоатомиздат, 1984.

ON COLORS AND ELECTRIC CHARGES OF QUARKS: MODELING IN TERMS OF GROUPS U(n) AND SU(n,n)

A.V. Levichev[1]
Dr.Sc.(Phys.-Math.), Professor, Senior Researcher, e-mail: alevichev@gmail.com
A.Yu. Palyanov[2]
Dr.Sc.(Phys.-Math.), Leading Researcher, e-mail: palyanov@iis.nsk.su

[1]Sobolev Institute of Mathematics SB RAS, Novosibirsk, Russia
[2]Ershov Institute of Informatics SB RAS, Novosibirsk, Russia

Abstract. A brief description of the multi-level model of the quark-gluon media is presented. In terms of this model, we use the Wigner–Segal approach to elementary particles and we modify the Han–Nambu scheme. By doing so, we suggest to view the proton's electric charge as a special case of color charges of quarks. While fractional electric charges of quarks are interpreted as statistical averages of integer color charges.

Keywords: the multi-level model of the quark-gluon media; the Wigner–Segal method and chronometric fermions; color charges; the Han–Nambu scheme.

References

1. Levichev A.V. Towards a matrix multi-level model of quark-gluon media. Journal of Progressive Research in Mathematics, 2016, vol. 10, issue 2, pp. 1493–1496. URL: `http://scitecresearch.com/journals/index.php/jprm/article/view/974/0` (16.10.19).
2. Levichev A.V. and Pal'yanov A.Yu. Analiz v kosmicheskikh rassloeniyakh na osnove grupp U(1,1) i U(2): sluchai SU(2,2)-deistvii v ikh 2- i 4-nakrytiyakh. Matematicheskie struktury i modelirovanie, 2018, no. 45(1), pp. 12–22. (in Russian)
3. Segal I.E. Is the cygnet the quintessential baryon? Proc. Natl. Acad. Sci., USA, 1991, vol. 88, pp. 994–998.
4. Levichev A.V. Khronogeometriya Sigala: stanovlenie teorii, ee primenenie k fizike chastits i vzaimodeistvii, perspektivy razvitiya. Poisk matematicheskikh zakonomernostei Mirozdaniya: fizicheskie idei, podkhody, kontseptsii, Red. M.M. Lavrent'ev, V.N. Samoilov, Novosibirsk, 2010, pp. 69–99. (in Russian)
5. Jakobsen H.P. and Levichev A.V. The representation of SU(2,2) which is interpreted as describing chronometric fermions (proton, neutrino, and electron) in terms of a single composition series. Physics of Elementary Particles and Atomic Nuclei, Letters, 2020, Submitted.
6. Breidenbach, M. et al. Observed Behavior of Highly Inelastic Electron-Proton Scattering. Phys. Rev. Lett., 1969, vol. 23, pp. 935–939.
7. Levichev A.V. and Palyanov A.Yu. Standard charges of quarks determination in terms of the multi-level model. Proceedings of the All-Russia conference with the international participation "Knowledge-Ontology-Theories" (KONvol. 2019), 7-11 October 2019,

Novosibirsk, Sobolev Institute of Mathematics of the Siberian Division, RAS, Novosibirsk, Russia, 2019, pp. 222–226. URL: `http://math.nsc.ru/conference/zont/19/` (16.10.19).

8. Paneitz S.M. and Segal I.E. Analysis in space-time bundles I: General considerations and the scalar bundle. Journal of Functional Analysis, 1982, vol. 7, pp. 78–142.
9. Levichev A.V. One Possible Application of the Chronometric Theory of I.E. Segal: A Toy Model of Quarks and Gluons. Journal of Physics: Conference Series, 2019, vol. 1194, 012071, pp. 1–6.
10. Faessler M.A. Weinberg Angle and Integer Electric Charges of Quarks. URL: `https://arxiv.org/abs/1308.5900` (16.10.19).
11. Voloshin M.B. and Ter-Martirosyan K.A. Teoriya kalibrovochnykh vzaimodeistvii elementarnykh chastits. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1984. (in Russian)

Дата поступления в редакцию: 16.10.20