Математические структуры и моделирование
2020. № 3(55). С. 61–71

УДК 519.63
DOI 10.24147/2222-8772.2020.3.61-71

РАСЧЁТ СКОРОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ВОСХОДЯЩЕГО ЗАКРУЧЕННОГО ПОТОКА ГАЗА В УСЛОВИЯХ БОКОВОГО ВЕТРОВОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ

А.Г. Обухов
д.ф.-м.н., профессор, e-mail: agobukhov@inbox.ru

Тюменский индустриальный университет, Тюмень, Россия

Аннотация. В работе приводятся результаты численного моделирования бокового ветрового воздействия на трехмерные нестационарные течения воздуха, в восходящем закрученном потоке искусственно созданного торнадо, находящегося в стационарном режиме функционирования. Математической моделью является полная система уравнений Навье-Стокса при учёте вязкости и теплопроводности движущегося газа, а также действия сил тяжести и Кориолиса. С использованием явной разностной схемы и при соответствующем выборе начальных и краевых условий численно получены решения полной системы уравнений Навье-Стокса в прямоугольной расчётной области. В фиксированные моменты времени рассчитаны все компоненты скорости течения газа и построены мгновенные линии тока при учёте постоянной горизонтально направленной скорости ветра. Расчеты показали, что результатом ветрового воздействия на восходящий закрученный поток является несимметричное изменение окружной скорости, его неравномерная деформация на противоположных участках, и общее смещение вихря по направлению ветра. Кроме того, установлено смещение, и искривление вертикальной части вихря в направлении ветра, зафиксирован «отрыв» некоторых мгновенных линий тока от вертикальной вращающейся части и появление в центре вихря увеличивающейся в диаметре области, свободной от линий тока. В исследованном диапазоне изменения времени наблюдается устойчивость воздушного вихря к ветровому воздействию, а также устойчивая работа используемой вычислительной схемы.

Ключевые слова: газовая динамика, полная система уравнений Навье-Стокса, начально-краевые условия, разностные методы.

Введение

Численное моделирование сложных трёхмерных нестационарных течений вязкого сжимаемого теплопроводного газа в природных атмосферных вихрях актуально. Результаты численных исследований на основе адекватных моделей могут быть взяты за основу минимизации негативных разрушительных последствий атмосферных вихрей. При этом аналитические исследования поз-

воляют на строгом математическом уровне установить свойства решений рассматриваемых задач. Численное же моделирование даёт конкретные числовые характеристики рассматриваемых течений, в том числе для их сопоставления с данными натурных и экспериментальных наблюдений. Схема возникновения и устойчивого функционирования восходящего закрученного потока воздуха [1] предполагает наличие достаточно длительного по времени восходящего потока и сопутствующего ему радиального течения воздуха, а также действие силы Кориолиса, придающее существенную окружную скорость частицам воздуха в придонной части. Факт возникновения закрутки и ее направление строго математически доказан на уровне соответствующих теорем [2, 3] и подтвержден экспериментально [4, 5]. Наблюдения за природными восходящими закрученными потоками [6] позволили высказать гипотезу о существовании границы, отделяющей внешний покоящийся воздух от воздуха, движущегося в восходящем закрученном потоке. В газовой динамике такая граница называется контактной поверхностью [7, 8]. Поэтому для создания стабильного восходящего закрученного потока в лабораторных условиях в качестве контактной поверхности используется непроницаемая для воздуха вертикальная цилиндрическая труба с вентилятором вытяжного действия, направляющим воздух по трубе снизу вверх [3, 9]. Исходя из результатов проведённых экспериментов, были численно смоделированы и рассчитаны все газодинамические параметры [3, 10], включая скоростные и энергетические характеристики трёхмерного нестационарного восходящего закрученного течения газа конкретного масштаба, вызванного вертикальным продувом. Численные расчёты подобного течения газа позволили дать конкретные предложения и рекомендации по возможному проведению крупномасштабного эксперимента по закрутке больших масс воздуха — искусственного торнадо. Полученные ранее численные результаты [10–12] лежат в основе дальнейших исследований в газодинамической теории разрушительных атмосферных вихрей. В частности, весьма интересным представляется численное моделирование явления искривления вертикальной части восходящего закрученного потока — «хобота», визуально наблюдаемого в природных торнадо [6]. Этот эффект очевидно свидетельствует о значительной устойчивости атмосферного вихря и пока не имеет достаточно адекватного научного объяснения. Целью данной работы и является численное моделирование функционирования искусственного торнадо и расчёт его скоростных характеристик в условиях бокового ветрового воздействия на него.

1. Математическая модель

В качестве математической модели, описывающей сложные трёхмерные нестационарные течения сжимаемого вязкого теплопроводного газа (каким является атмосферный воздух), используется полная система уравнений Навье–Стокса, которая в безразмерных переменных с учётом действия сил тяжести и

Кориолиса в векторной форме имеет следующий вид [3]:

$$\begin{cases} \rho_t + \mathbf{V}\cdot\nabla\rho + \rho\,\mathrm{div}\mathbf{V} = 0, \\ \mathbf{V}_t + (\mathbf{V}\cdot\nabla)\mathbf{V} + \dfrac{T}{\gamma\rho}\nabla\rho + \dfrac{1}{\gamma}\nabla T = \mathbf{g} - 2\mathbf{\Omega}\times\mathbf{V} + \dfrac{\mu_0}{\rho}\left[\dfrac{1}{4}\nabla(\mathrm{div}\mathbf{V}) + \dfrac{3}{4}\Delta\mathbf{V}\right], \\ T_t + \mathbf{V}\cdot\nabla T + (\gamma-1)T\mathrm{div}\mathbf{V} = \dfrac{\kappa_0}{\rho}\Delta T + \dfrac{\mu_0\gamma(\gamma-1)}{2\rho}\left\{\left[(u_x-v_y)^2 + \right.\right. \\ \left.\left. + (u_x-w_z)^2 + (v_y-w_z)^2\right] + \dfrac{3}{2}\left[(u_y+v_x)^2 + (u_z+w_x)^2 + (v_z+w_y)^2\right]\right\}. \end{cases}$$

В этой системе: t — время; x, y, z — декартовы координаты; ρ — плотность газа; $\mathbf{V} = (u, v, w)$ — вектор скорости газа с проекциями на соответствующие декартовы оси; T — температура газа; $\mathbf{g} = (0, 0, -g)$ — вектор ускорения силы тяжести, а $g = const > 0$; $-2\Omega\times\mathbf{V} = (av - bw, -au, bu)$ — вектор ускорения силы Кориолиса, где $a = 2\Omega\sin\psi$, $b = 2\Omega\cos\psi$, $\Omega = |\mathbf{\Omega}|$; $\mathbf{\Omega}$ — вектор угловой скорости вращения Земли; ψ — широта точки O — начала декартовой системы координат $Oxyz$, вращающейся вместе с Землёй; $\mu_0 = 0.001$, $\kappa_0 \approx 1.46\mu_0$ — постоянные безразмерные значения коэффициентов вязкости и теплопроводности.

Расчётная область (рис. 1) представляет собой прямоугольный параллелепипед с длинами сторон $x^0 = 1$, $y^0 = 1$ и $z^0 = 0.04$ вдоль осей Ox, Oy и Oz соответственно, которая заполняется трёхмерной сеткой узлов пересечения трёх семейств плоскостей $x = x_i$, $y = y_j$, $z = z_k$, где $x_i = i\cdot\Delta x$, $y_j = j\cdot\Delta y$, $z_k = k\cdot\Delta z$, $0 \leqslant i \leqslant L$, $0 \leqslant j \leqslant M$, $0 \leqslant k \leqslant N$. Разностные шаги по трём пространственным переменным $\Delta x = x^0/L$, $\Delta y = y^0/M$, $\Delta z = z^0/N$, $L = 200$, $M = 200$, $N = 20$.

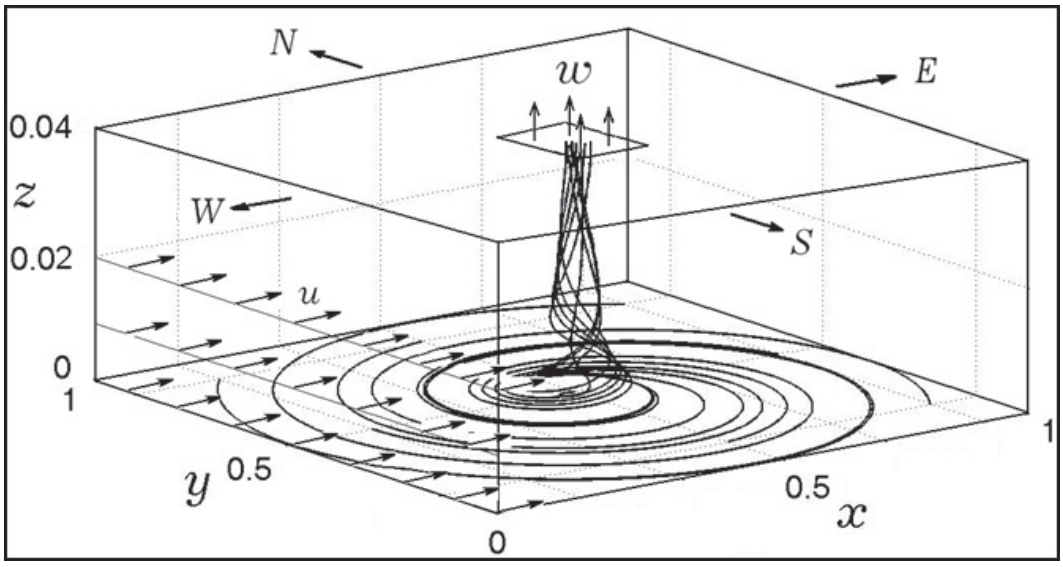

Рис. 1. Расчётная область

За начальные условия во всех внутренних узлах расчётной области принимаются значения искомых пяти функций, характеризующих течение воздуха в искусственно созданном торнадо на момент $t = t_s$ выхода его на стационарный режим функционирования [11, 12]: $u = u(x, y, z, t_s)$, $v = v(x, y, z, t_s)$, $w = w(x, y, z, t_s)$, $T = T(x, y, z, t_s)$, $\rho = \rho(x, y, z, t_s)$.

Граничные условия на гранях расчётной области устанавливаются следующим образом. Плотность на четырёх боковых гранях расчётного параллелепипеда $x = 0$, $x = x^0$, $y = 0$, $y = y^0$, принимается равной значениям из стационарного распределения плотности атмосферного воздуха [3]

$$\rho|_{x=0,x=x^0} = \rho_0(x,y,z), \qquad \rho|_{y=0,y=y^0} = \rho_0(x,y,z),$$

$$\rho_0(z) = (1-\alpha z)^{\nu-1}, \quad \alpha = \frac{lx_{00}}{T_{00}}, \quad l = 0.0065\frac{K}{\text{м}}, \quad x_{00} = 50\text{м}, \quad T_{00} = 288^o K, \quad \nu = \frac{\gamma g}{\alpha}.$$

Плотность на нижней $z = 0$ и верхней грани $z = z^0$ подчиняется условию непрерывности потока. Это означает, что значения плотности на границы области сносятся линейной экстраполяцией по нормали к данной граничной поверхности из внутренней части расчётной области [3].

Для температуры на всех боковых гранях задаются значения из стационарного распределения температуры атмосферного воздуха

$$T|_{x=0,x=x^0} = T_0(x,y,z), \qquad T|_{y=0,y=y^0} = T_0(x,y,z), \qquad T_0(z) = 1 - \alpha z.$$

Температура на нижней $z = 0$ и верхней $z = z^0$ грани соответствует условию симметрии. При этом значения температуры считаются из условия равенства нулю их производной по нормали к данной грани.

На верхней и нижней гранях задаются условия непротекания. При этом третья компонента скорости равна нулю $w|_{z=0,z=z^0} = 0$, а первая и вторая компоненты вектора скорости определяются из условия симметрии, то есть считаются из условия равенства нулю их производной по нормали к данной грани. Кроме того, через квадратное отверстие размером 0.1×0.1 в центре верхней грани задаётся вертикальная скорость $w = 0.03$, моделирующая вертикальный продув воздуха со скоростью 10 м/с через трубу диаметром 5 м.

На боковых гранях расчётной области для всех нормальных к граням компонент вектора скорости задаются условия непрерывности, а две тангенциальные компоненты скорости рассчитываются по условию симметрии. Дополнительно на левой (западной) грани $x = 0$ при $0 < z < z^0/2$ задаётся нормальная составляющая скорости, равная скорости ветра $u = 0,03$. Таким образом, моделируется горизонтально направленное ветровое воздействие на восходящий закрученный поток искусственно созданного торнадо.

Для аппроксимации производных по времени используются значения функции с двух последовательных временных слоёв, а для аппроксимации производных по пространственным переменным используются центральные разности значений функций.

Расчёт трёхмерного нестационарного течения ведётся по явной разностной схеме переходом с очередного n-го временного слоя на следующий $(n+1)$ временной слой с постоянным заданным шагом Δt. Вычисляются значения всех искомых функций во всех внутренних точках прямоугольного параллелепипеда. После этого значения искомых функций определяются во всех внутренних точках каждой из шести граней. Значения всех искомых функций во внутренних точках всех двенадцати рёбер прямоугольного параллелепипеда находятся как

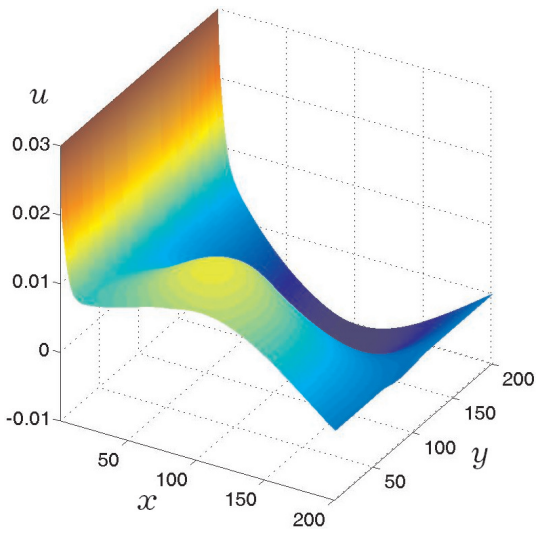

Рис. 2. Скорость u для $t_1 = 1$ с

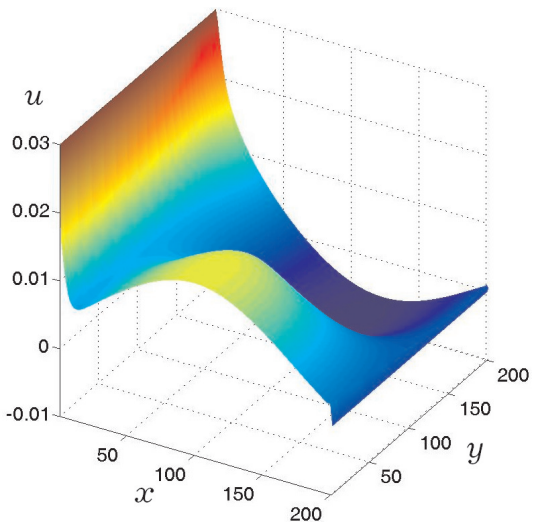

Рис. 3. Скорость u для $t_2 = 10$ с

среднее арифметическое двух промежуточных значений, определённых линейной интерполяцией по значениям функций в двух точках на нормалях к ребру в каждой из граней.

Расчёты проводились при следующих входных параметрах: масштабные размерные значения плотности, скорости, расстояния и времени равны соответственно $\rho_{00} = 1,2928$ кг/м^3, $u_{00} = 333$ м/с, $x_{00} = 50$ м, $t_{00} = x_{00}/u_{00} = 0,15$ с. Разностные шаги по трём пространственным переменным $\Delta x = \Delta y = 0,005$, $\Delta z = 0,002$, а шаг по времени $\Delta t = 0,001$.

2. Результаты расчётов

Приводится анализ расчёта скоростных характеристик течения воздуха в искусственном торнадо при наличии ветровой нагрузки на нижнюю половину его придонной части. На рисунках 2-7 представлены графики трех компонент скорости для высоты $z = 0,2$ м и для двух фиксированных моментов времени $t_1 = 1$ с, $t_2 = 10$ с. По осям Ox и Oy отложены номера узлов расчётной сетки, по оси z — скорость газа в безразмерных величинах.

На рисунках 2-3 приводятся рассчитанные поверхности первой компоненты скорости течения газа как графическое изображение функций двух переменных $u(x, y)$ для упомянутых выше высоты и моментов времени.

На приведённых рисунках графики первой компоненты u скорости отражают наличие на западной (левой) грани $x = 0$ расчётной области заданной скорости ветра $0,03$ (размерное значение 10 м/с). Горизонтальное, направленное вдоль оси абсцисс, движение воздуха достаточно быстро теряет свою скорость до значений $0,008$ (размерное значение $2,7$ м/с) при встрече с вращающимся в положительном направлении потоком (рис. 2). При этом встречное движение воздуха в ветровом потоке и северной части вихря приводит к их взаимодей-

ствию, в результате которого скорость ветра вычитается из окружной скорости вихря, которая в итоге принимает отрицательное значение $-0,01$ (размерное значение $-3,33$ м/с), а вихрь целиком смещается в восточном направлении (рис. 3). В то же время движение воздуха в ветровом потоке совпадает по направлению с движением воздуха в южной части вихря. В результате скорость ветра складывается с окружной скоростью вихря в южной его части, достигая суммарной скорости $0,02$ (размерное значение $6,66$ м/с). Таким образом, результатом ветрового воздействия на восходящий закрученный поток является его неравномерная деформация в северо-восточном направлении, несимметричное изменение окружной скорости и общее смещение вихря по направлению ветра.

На рисунках 4-5 приводятся рассчитанные поверхности второй компоненты скорости течения газа как графическое изображение функций двух переменных $v(x, y)$ для упомянутых выше высоты и фиксированных моментов времени. Из представленных рисунков можно судить о поведении второй составляющей v скорости течения газа.

В течение первых пяти секунд расчётного времени происходит увеличение абсолютного значения этой компоненты скорости, направленной на юг расчётной области к грани $y = 0$ (левая часть на рисунках) в пределах $0,01 \div 0,015$ (размерные значения $3,33 \div 5,0$ м/с). Это связано с тем, что в этот период времени происходит интенсивное сложение двух перпендикулярно направленных течений — течения воздуха в вихре, направленного на юг, и заданного ветрового течения, направленного на восток (рис. 4). Для второй половины расчётного времени характерно замедление роста этой компоненты скорости в указанной части расчётной области при одновременном смещении её к восточной части и возрастании скорости в этой части вихря, направленной на север (рис. 5). Описанный выше процесс изменения второй v компоненты скорости говорит о деформации и смещении вихря как единого целого в северо-восточном направлении при заданной изначально скорости ветра.

На рисунках 6-7 изображены графики третей w компоненты скорости для рассматриваемых моментов времени. Характерно наличие локального повышения этой компоненты скорости до значения $0,0025$ (размерное $0,83$ м/с) в центре расчётной области, соответствующей квадратному отверстию продува воздуха в верхней грани расчётной области. Кроме того, на рисунках присутствует область увеличенных значений скорости w до значений $0,003$ (размерное 1 м/с) вблизи левой (западной) грани расчётной области, которая на расстоянии порядка 10 расчётных узлов ($2,5$ м) уменьшается до нуля. Наблюдается также некоторое увеличение со временем значений вертикальной скорости вблизи северо-западного вертикального ребра расчётной области, наличие которого можно трактовать как результат взаимодействия встречных течений воздуха.

Численные расчёты трёх компонентов скоростей дают возможность построить мгновенные линии тока сложных трёхмерных нестационарных течений в рассматриваемых восходящих закрученных потоках искусственного торнадо при воздействии на него внешнего потока воздуха. На рисунках 8-9 приведены мгновенные линии тока в боковой проекции перпендикулярной оси абсцисс.

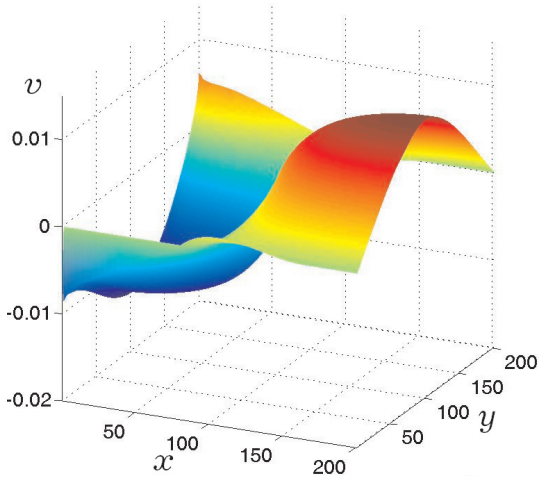

Рис. 4. Скорость v для $t_1 = 1$ с

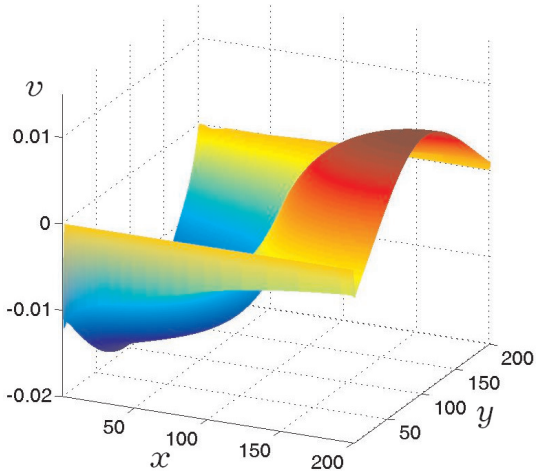

Рис. 5. Скорость v для $t_2 = 10$ с

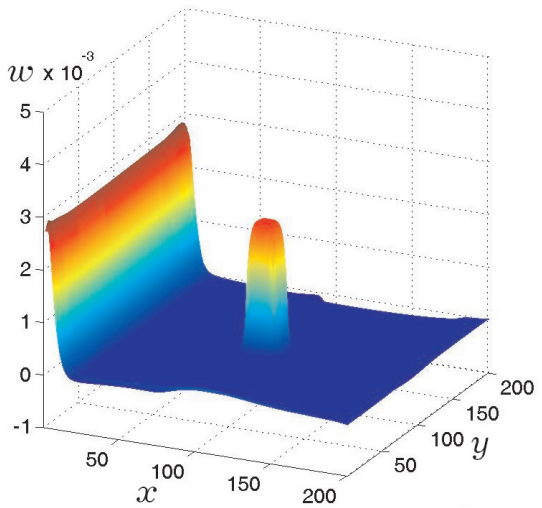

Рис. 6. Скорость w для $t_1 = 1$ с

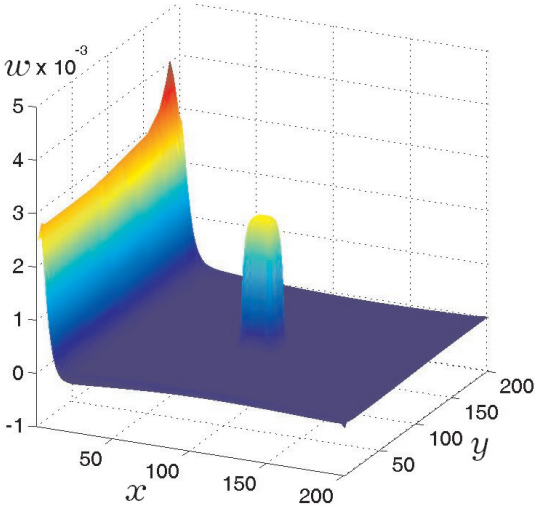

Рис. 7. Скорость w для $t_2 = 10$ с

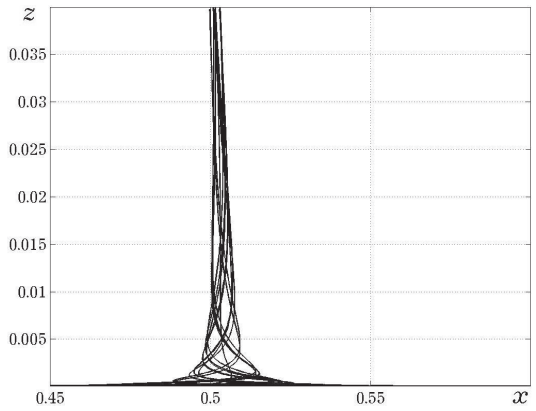

Рис. 8. Вид сбоку на линии тока для $t_1 = 1$ с

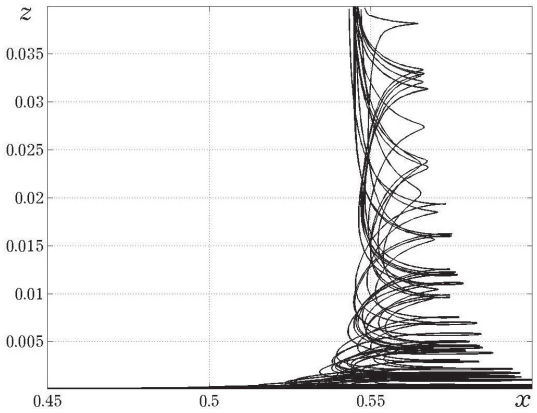

Рис. 9. Вид сбоку на линии тока для $t_2 = 10$ с

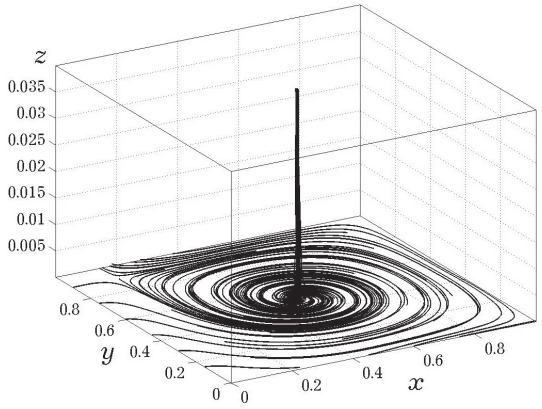

Рис. 10. Вид под углом на линии тока для $t_1 = 1$ с

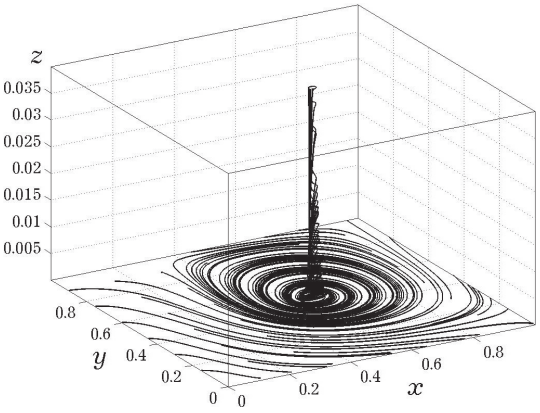

Рис. 11. Вид под углом на линии тока для $t_2 = 10$ с

На рисунках количество мгновенных линий тока одинаково, и выводятся они из горизонтальной поверхности, примыкающей к плоскости $z = 0$. Рисунки с мгновенными линиями тока соответствуют тем же моментам времени $t_1 = 1$ с, $t_2 = 10$ с. По осям координат отложены расстояния в безразмерных величинах.

За рассчитанный промежуток времени центр вихря в основании придонной части сместился в восточном направлении (вправо) на расстояние $0,08$ (размерное значение 4 м), а центр вихря вверху вертикальной части в том же направлении на расстояние $0,04$ (размерное значение 2 м). При этом вся вертикальная часть вихря — его «хобот» — подвергается изгибу с выпуклостью в восточном направлении (вправо). Кроме того, на рисунках отчётливо видно увеличение диаметра вихря, начинающееся в придонной части и переходящее в вертикальную его часть. Результатом такой деформации можно считать появление в центре вихря увеличивающейся области, свободной от линий тока.

Рисунки 10-11 представляют мгновенные линии тока в соответствующие моменты времени под некоторым углом. Они позволяют наблюдать общую кар-

тину ветрового воздействия на вихрь и отметить ещё одну особенность. На рисунке 11 видно, что от вертикальной части начинают «отрываться» некоторые линии тока. Эффект видно также и на рисунке 9. Это можно объяснить как существенной деформацией вихревого течения в северо-восточном направлении, так и различной скоростью окружного течения газа в разных частях вихря. Наконец, построенные мгновенные линии тока позволяют следить за тем, как постепенно происходит огибание вихря с южной стороны течением внешнего ветрового потока.

3. Заключение

В работе проведено численное моделирование бокового ветрового воздействия на трёхмерные нестационарные течения воздуха в восходящем закрученном потоке искусственно созданного торнадо, находящегося в стационарном режиме функционирования. С использованием явной разностной схемы численно получены решения полной системы уравнений Навье–Стокса в расчётной области в виде прямоугольного параллелепипеда. Рассчитаны в фиксированные моменты времени все скоростные характеристики течений и мгновенные линии тока течений в условиях действия сил тяжести и Кориолиса, а также при учёте постоянной горизонтально направленной скорости ветра.

Установлены количественные значения смещения, искривления вертикальной части вихря в направлении ветра, увеличения диаметра вихря, начинающегося в придонной части и переходящего в вертикальную его часть. Зафиксирован «отрыв» некоторых линии тока от вертикальной части и появление в центре вихря увеличивающейся области, свободной от линий тока.

В исследованном диапазоне изменения времени наблюдается устойчивость воздушного вихря к ветровому воздействию и устойчивая работа используемой вычислительной схемы.

Благодарности

Автор выражает искреннюю благодарность профессору Баутину Сергею Петровичу за многочисленные дискуссии, замечания и интерес к проводимым исследованиям.

Литература

1. Баутин С.П. Торнадо и сила Кориолиса. Новосибирск : Наука, 2008. 96 с.
2. Баутин С.П. Характеристическая задача Коши и её приложения в газовой динамике. Новосибирск : Наука, 2009. 368 с.
3. Разрушительные атмосферные вихри и вращение Земли вокруг своей оси: монография / С.П. Баутин [и др.]. Екатеринбург : УрГУПС, 2017. 336 с.
4. Баутин К.В., Баутин С.П., Макаров В.Н. Экспериментальное подтверждение возможности создания потока воздуха, закрученного силой Кориолиса // Вестник УрГУПС. 2013. № 2(18). С. 27–33.

5. Баутин С.П., Макаров В.В. Создание потока воздуха, закрученного силой Кориолиса при использовании трубы двухметрового диаметра // Вестник УрГУПС. 2016. № 4(32). С. 39–45.
6. Наливкин Д.В. Смерчи. М. : Наука, 1984. 112 с.
7. Овсянников Л.В. Лекции по основам газовой динамики. М.; Ижевск : Ин-т компьютерных исследований, 2003. 336 с.
8. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М. : Наука, 1970. 904 с.
9. Bautin S.P., Obukhov A.G. Mathematical simulation of the near-bottom section of an ascending twisting flow // High Temperature. 2013. V. 51, No. 4. P. 509–512.
10. Абдубакова Л.В., Обухов А.Г. Численный расчёт скоростных характеристик трёхмерного восходящего закрученного потока газа // Известия высших учебных заведений. Нефть и газ. 2014. № 3. С. 88–94.
11. Волков Р.Е., Обухов А.Г., Терехова Н.В. Численные расчёты энергетических характеристик при моделировании выхода на стационарный режим искусственного торнадо // Известия высших учебных заведений. Нефть и газ. 2018. № 1. С. 84–92.
12. Волков Р.Е., Обухов А.Г. Трёхмерные мгновенные линии тока течений газа при моделировании выхода на стационарный режим лабораторного торнадо // Известия высших учебных заведений. Нефть и газ. 2018. № 2. С. 71–76.

CALCULATION OF THE SPEED CHARACTERISTICS OF AN UPWARD SWIRLING GAS FLOW UNDER CONDITIONS OF SIDE WIND

A.G. Obukhov
Dr.Sc. (Phys.-Math.), Professor, e-mail: agobukhov@inbox.ru

Industrial University of Tyumen, Tyumen, Russia

Abstract. The paper presents the results of numerical modeling of lateral wind effects on three-dimensional unsteady air flows in an upward swirling stream of an artificially created tornado in a stationary mode of operation. The mathematical model is the complete system of Navier-Stokes equations taking into account the viscosity and thermal conductivity of a moving gas, as well as the action of gravity and Coriolis. Using an explicit difference scheme and an appropriate choice of initial and boundary conditions, solutions are obtained numerically for the complete system of Navier-Stokes equations in the computational domain in the form of a rectangular parallelepiped. All components of the gas flow velocity were calculated at fixed time instants and instantaneous streamlines were constructed with constant horizontal wind direction taken into account. The calculations showed that the result of the wind effect on the upward swirling flow is an asymmetric change in peripheral speed, its uneven deformation in opposite sections, and the total displacement of the vortex in the direction of the wind. In addition, the displacement and curvature of the vertical part of the vortex in the direction of the wind was established, a “detachment” of some instantaneous streamlines from the vertical rotating part and the appearance in the center of the vortex of an area that is free of streamlines increasing in diameter were recorded. In the studied time variation range, the stability of the air vortex to wind action and the stable operation of the used computational scheme are observed.

Keywords: gas dynamics, a complete system of Navier-Stokes equations, initial-boundary conditions, difference methods.

References

1. Bautin S.P. Tornado i sila Koriolisa. Novosibirsk, Nauka Publ., 2008, 96 p. (in Russian)
2. Bautin S.P. Kharakteristicheskaya zadacha Koshi i ee prilozheniya v gazovoi dinamike. Novosibirsk, Nauka Publ., 2009. 368 p. (in Russian)
3. Razrushitel'nye atmosfernye vikhri i vrashchenie Zemli vokrug svoei osi: Monografiya. C.P. Bautin [i dr.]. Ekaterinburg, UrGUPpp, 2017, 336 p. (in Russian)
4. Bautin K.V., Bautin S.P., and Makarov V.N. Eksperimental'noe podtverzhdenie vozmozhnosti sozdaniya potoka vozdukha, zakruchennogo siloi Koriolisa. Vestnik UrGUPpp, 2013, no. 2(18), pp. 27-33. (in Russian)
5. Bautin S.P. and Makarov V.V. Sozdanie potoka vozdukha, zakruchennogo siloi Koriolisa pri ispol'zovanii truby dvukhmetrovogo diametra. Vestnik UrGUPpp, 2016, no. 4(32), pp. 39-45. (in Russian)
6. Nalivkin D.V. Smerchi. Moscow, Nauka Publ., 1984. 112 p. (in Russian)
7. Ovsyannikov L.V. Lektsii po osnovam gazovoi dinamiki. Moscow; Izhevsk, In-t komp'yuternykh issledovanii, 2003. 336 p. (in Russian)
8. Loitsyanskii L.G. Mekhanika zhidkosti i gaza. Moscow, Nauka Publ., 1970. 904 p. (in Russian)
9. Bautin S.P. and Obukhov A.G. Mathematical simulation of the near-bottom section of an ascending twisting flow. High Temperature, 2013, vol. 51, no. 4, pp. 509–512.
10. Abdubakova L.V. and Obukhov A.G. Chislennyi raschet skorostnykh kharakteristik trekhmernogo voskhodyashchego zakruchennogo potoka gaza. Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Neft' i gaz, 2014, no. 3, pp. 88–94. (in Russian)
11. Volkov R.E., Obukhov A.G., and Terekhova N.V. Chislennye raschety energeticheskikh kharakteristik pri modelirovanii vykhoda na statsionarnyi rezhim iskusstvennogo tornado. Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Neft' i gaz, 2018, no. 1, pp. 84–92. (in Russian)
12. Volkov R.E. and Obukhov A.G. Trekhmernye mgnovennye linii toka techenii gaza pri modelirovanii vykhoda na statsionarnyi rezhim laboratornogo tornado. Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Neft' i gaz, 2018, no. 2, pp. 71–76. (in Russian)

Дата поступления в редакцию: 26.08.2020