

## ВТОРИЧНАЯ СУКЦЕССИЯ ЕЛОВОГО ЛЕСА В РАМКАХ МОДЕЛИ МОРИНО-ВОЙТА

**Л.А. Володченкова**

к.б.н., доцент, e-mail: volodchenkova2007@yandex.ru

**А.К. Гуц**

д.ф.-м.н., профессор, e-mail: guts@omsu.ru

Омский государственный университет им. Ф.М. Достоевского, Омск, Россия

**Аннотация.** В рамках математической модели Морино-Войта описывается вторичная сукцессия елового леса. Ель вытесняет осину/берёзу. Обращается внимание на то, что эволюция ельника может идти различным образом в зависимости от начальных значений фитомассы семян (и сажи), трав, кустарника, елей, осины/берёзы.

**Ключевые слова:** вторичная сукцессия, лесная экосистема, фитомасса, еловый лес.

### Введение

Вторичная сукцессия — это последовательная смена фитоценозов, которая осуществляется на участке, где ранее существовавший растительный покров был уничтожен. В качестве примера вторичной сукцессии обычно приводят ельник, уничтоженный пожаром. На занимаемой им ранее территории сохранились почва и семена. Травяное сообщество образуется уже на следующий год. В случае влажного климата доминирует ситник, затем он сменяется малиной, а она — осинкой; в сухом климате преобладает вейник, он сменяется шиповником, шиповник — берёзой. Под покровом осинового или берёзового леса развиваются растения ели, со временем вытесняющие лиственные породы. Восстановление темнохвойного леса происходит примерно за 100 лет.

Мы продемонстрируем, каким образом можно математически описать динамику вторичной сукцессии, воспользовавшись моделью и результатами статьи [1], которая, правда, была посвящена совершенно иному явлению — регуляции биохимических сетей. Однако использование известной математической модели для описания отличного явления, в нашем случае — динамики лесной экосистемы, никоим образом не запрещено, поскольку, как известно, математика абстрагируется от той основы, которая её породила. Критерием является лишь адекватность используемой модели.

Обозначим через  $X_0$ ,  $X_1$  —  $X_4$  фитомассу соответственно семян (и сажи), трав, кустарника, елей, осины/берёзы. Выделим два управляющих фактора: фактор  $u_1$  — это отрицательное влияние плотного полога ельника на травы,

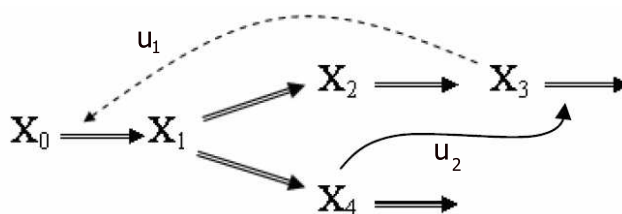


Рис. 1. Общий разветвлённый путь с четырьмя зависимыми переменными, одним постоянным источником \$X\_0\$ и двумя управляющими факторами \$u\_1, u\_2\$ [1]

фактор \$u\_2\$ — создание условий в лиственном лесу для роста ельника. Взаимодействие между этими переменными представим в виде диаграммы, данной на рис.1, которой соответствует следующая система дифференциальных уравнений [1]:

$$\begin{aligned}
 \frac{dX_1}{dt} &= \alpha_0 X_0 X_3^{g_{13}} - \beta_1 X_1^{h_{11}}, \\
 \frac{dX_2}{dt} &= \alpha_2 X_1^{g_{21}} - \beta_2 X_2^{h_{22}}, \\
 \frac{dX_3}{dt} &= \alpha_{30} X_2^{g_{32}} - \beta_3 X_3^{h_{33}} X_4^{h_{34}}, \\
 \frac{dX_4}{dt} &= \alpha_{40} X_1^{g_{41}} - \beta_4 X_4^{h_{44}}.
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

При этом полагаем, что \$\alpha\_1 = \alpha\_0 X\_0\$ и

$$\begin{aligned}
 \alpha_1 &= 12; \quad g_{13} = -0,8; \quad \beta_1 = 10; \quad h_{11} = 0,5; \\
 \alpha_2 &= 8; \quad g_{21} = 0,5; \quad \beta_2 = 3; \quad h_{22} = 0,75; \\
 \alpha_3 &= 3; \quad g_{31} = 0,75; \quad \beta_3 = 5; \quad h_{33} = 0,5; \quad h_{34} = 0,2; \\
 \alpha_4 &= 2; \quad g_{41} = 0,5; \quad \beta_4 = 6; \quad h_{44} = 0,8.
 \end{aligned}$$

Простое интегрирование системы (1), представленное графически, продемонстрировало бы динамику взаимодействующих семян (и сажи), трав, кустарника, елей и осины/берёзы.

Однако авторы работы [1] постарались приблизиться к реальной ситуации и производили всевозможные возмущения начальных данных data 1 с последующим интегрированием и итоговым сглаживанием полученных результатов интегрирования.

Интегральные сглаженные кривые приведённой системы дифференциальных уравнений при \$X\_0 = 0,6\$ и начальных данных \$X\_1 = 1,4, X\_2 = 2,7, X\_3 = 1,2, X\_4 = 0,4\$ показаны на рис. 2.

Мы видим, что со временем ель \$X\_3\$ становится доминирующим видом, а осина/берёза \$X\_4\$ вытесняется. При этом трава \$X\_1\$ и кустарники \$X\_2\$ (две верхние картинка на рис. 2) исчезают, поскольку они оказываются прикрытыми плотным пологом елей [2]. Правда, вывод не совсем «чистый», поскольку изначально при \$t = 0\$ фитомасса ельника больше, чем фитомасса осины/берёзы: \$1,2 > 0,4\$.

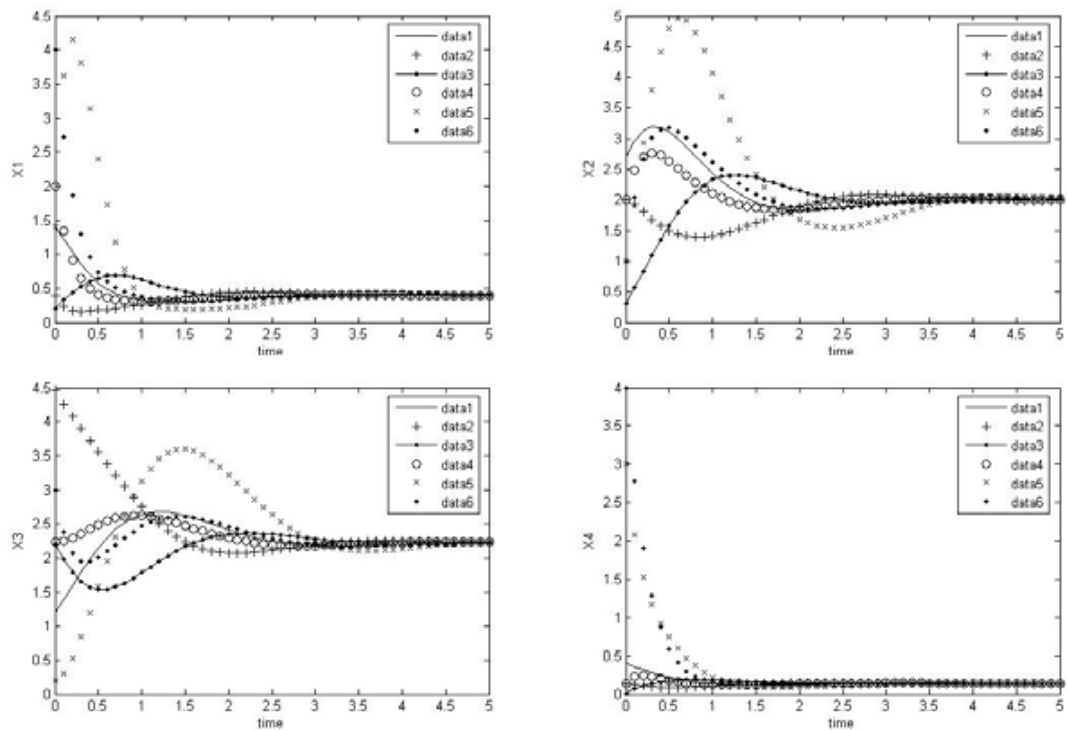


Рис. 2. Генерированные возмущения (шумы) для начальных данных и результат сглаживания. Динамика сглаженных переменных при  $X_0 = 0,6$  и начальных данных  $X_1 = 1,4$ ;  $X_2 = 2,7$ ;  $X_3 = 1,2$ ;  $X_4 = 0,4$  (data 1) [1]

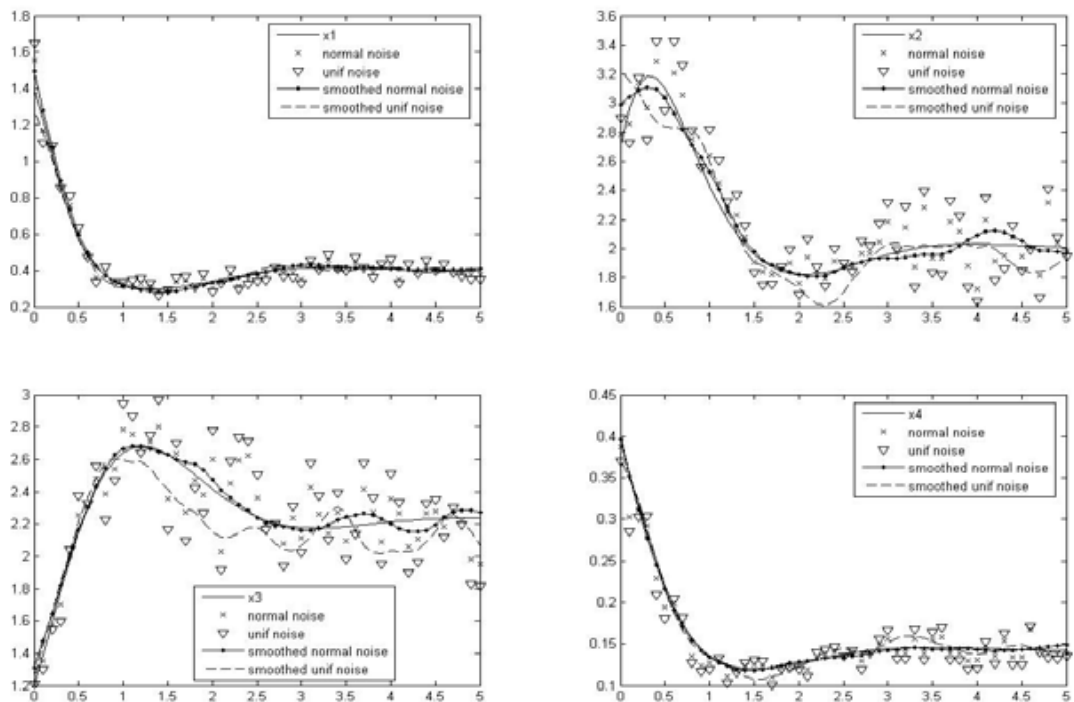


Рис. 3. Шесть различных симуляций динамики системы (1) со следующими начальными данными для  $X_1 - X_4$ . Data 1 [1,4; 2,7; 1,2; 0,4], data 2 [0,39; 2,006; 4,45; 0,14], data 3 [0,2; 0,3; 2,2; 0,01], data 4 [1,99; 2,006; 2,23; 0,14], data 5 [1,4; 1; 0,2; 3], data 6 [4; 1; 3; 4] [1]

Но меняя начальные данные, то есть фактически порождая различные исходные ситуации, в которых приходится развиваться вторичной сукцессии, мы найдём всевозможные исходы в эволюции ельника. На рис. 3 приведены интегральные кривые для системы (1) для разных начальных данных data 1 — data 6.

Мы видим, что для data 5 и data 6 начальная фитомасса ельника уже меньше начальной фитомассы осины/берёзы:  $0,2 < 3$  и  $3 < 4$  соответственно. Однако вывод о вытеснении осины/берёзы ельником, сделанный выше, остаётся неизменным и уже является «чистым». Остальные кривые также говорят о вытеснении ельником осины/берёзы (см. рис. 3).

### ЛИТЕРАТУРА

1. Morino S., Voit E.O. An automated procedure for the extraction of metabolic network information from time data // Journal of Bioinformatics and Computational Biology. 2006. No. 4. P. 665–691.
2. Володченкова Л.А., Гуц А.К. Математическое описание вторичной сукцессии елового леса // VII Международная научная конференция «Математическое и компьютерное моделирование» (Омск, 22 ноября 2019 г.) [Электронный ресурс], Омск, Россия, 2019. Омск : ОмГУ, 2019. С.63–65.

### THE SUCCESSION OF THE SPRUCE FOREST IN THE FRAMEWORK OF THE MORENO-VOIT MATHEMATICAL MODEL

**L.A. Volodchenkova**

Ph.D.(Biology), Associate Professor, e-mail: volodchenkova2007@yandex.ru

**A.K. Guts**

Dr.Sc.(Phys.-Math.), Professor, e-mail: guts@omsu.ru

Dostoevsky Omsk State University, Omsk, Russia

**Abstract.** In the framework of the Moreno-Voit mathematical model we describe the succession of the spruce forest. Spruce forest forces out aspen/birch. Special attention we make to the fact that spruce evolution can go in different ways depending on the initial values of the phytomass of seeds (and soot), herbs, shrubs and aspen/birch.

**Keywords:** succession, forest ecosystem, phytomass, spruce forest .

### REFERENCES

1. Morino S. and Voit E.O. An automated procedure for the extraction of metabolic network information from time data. Journal of Bioinformatics and Computational Biology, 2006, no. 4, pp. 665–691.
2. Volodchenkova L.A. and Guts A.K. Matematicheskoe opisanie vtorichnoi suktseksii elovogo lesa. VII Mezhdunarodnaya nauchnaya konferentsiya "Matematicheskoe i komp'yuternoe modelirovanie" (Omsk, 22 noyabrya 2019 g.) [Elektronnyi resurs], Omsk, Rossiya, 2019. Omsk, OmGU Publ., 2019, pp.63–65. (in Russian)

*Дата поступления в редакцию: 12.11.2019*