

## **МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МИГРАЦИОННЫХ ПРОЦЕССОВ**

**Л.Ю. Уразаева**<sup>1</sup>

к.ф.-м.н., доцент, e-mail: delovoi2004@mail.ru

**Н.В. Манюкова**<sup>2</sup>

к.п.н., доцент, e-mail: manukovanv@mail.ru

**Р.Э. Мамедли**<sup>2</sup>

к.ф.-м.н., доцент, e-mail: prog-nv@mail.ru

<sup>1</sup>Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет,  
Санкт-Петербург, Россия

<sup>2</sup>Нижевартовский государственный университет, Нижневартовск, Россия

**Аннотация.** В работе рассматриваются различные подходы к математическому моделированию миграционных процессов. Обоснована необходимость их структурного моделирования. Проведено компьютерное моделирование сценариев развития миграционных процессов с использованием реальных данных.

**Ключевые слова:** математическое моделирование, миграционный процесс, старение населения, потребность в рабочей силе, миграция квалифицированных работников, предпочтения мигрантов.

### **Введение**

Миграция свойственна всему живому: мигрируют птицы, животные в поисках пропитания, клетки внутри организма человека. Изучение процесса миграции населения является весьма актуальным в условиях мировых кризисов и старения населения.

Миграционные процессы оказывают сильное влияние на политическую и социально-экономическую ситуацию в регионах и странах, принимающих интенсивные потоки мигрантов.

Важные результаты по теории миграции населения были получены в работах Дж. Харриса и М. Тодаро (1970). Авторы обосновали положительное влияние миграции на развитие экономики, на устранение неравномерного распределения трудовых ресурсов.

Интенсивность миграционных потоков и их направление определяются разницей между уровнем жизни, заработной платой в различных регионах.

Люди покидают насиженные места и мигрируют в поисках лучшей жизни. Результат процесса миграции определяется обдуманностью выбора, возможностью самореализации на новом месте и наличием определённых личных связей или поддержки этнических диаспор на новом месте.

Исследователи миграционных процессов (например, Дж. Борхас) выявили различные виды миграции: миграцию высококвалифицированных специалистов, неквалифицированных работников, постоянную и вахтовую миграцию.

При исследовании влияния процесса миграции на отдельные аспекты экономического развития авторами применялись и развивались методы количественного исследования, применимые к анализу и прогнозированию процесса миграции населения в работах [1–38].

Особое внимание в работах уделялось выявлению влияния социально-экономических показателей на процесс миграции.

По данным 2014 года можно выделить следующие страны-лидеры по миграционному приросту населения (табл. 1, данные сайта [www.gks.ru](http://www.gks.ru)):

Таблица 1. Страны-лидеры по миграционному приросту населения

Страны	Коэффициент миграционного прироста (на 1000 человек), 2014 г.
Люксембург	19,9
Новая Зеландия	11,3
Швейцария	9,4
Швеция	7,9
Норвегия	7,8
Австрия	7,7
Германия	7,2

Целью моделирования является изучение и анализ процессов миграции на основе исследования поведения математической модели при изменении параметров, прогнозирование миграционных потоков с целью получения возможности управления процессом миграции, предвидения последствий миграционных процессов, предотвращения нежелательных исходов на основе управления процессами миграции с применением математических моделей.

Часть авторов используют математический аппарат и разработанные математические модели для качественного анализа проблем миграции с помощью анализа поведения предлагаемых теоретических зависимостей, приложение моделей для решения практических задач часто условное (например, как в части работ, посвящённых гравитационным моделям, теоретическому обоснованию применимости цепей Маркова). Авторы на основе предлагаемых моделей стремятся продемонстрировать фундаментальные особенности процесса миграции. Другая часть моделей носит прикладной характер, предназначена для исследования процесса миграции на основе реальных данных (эконометрический подход, имитационные модели, модели системной динамики). Перед авторами практико-ориентированных моделей стоит задача подтверждения созданных моделей и их результатов на основе реальных данных.

## 1. Основные типы моделей при описании миграционных процессов

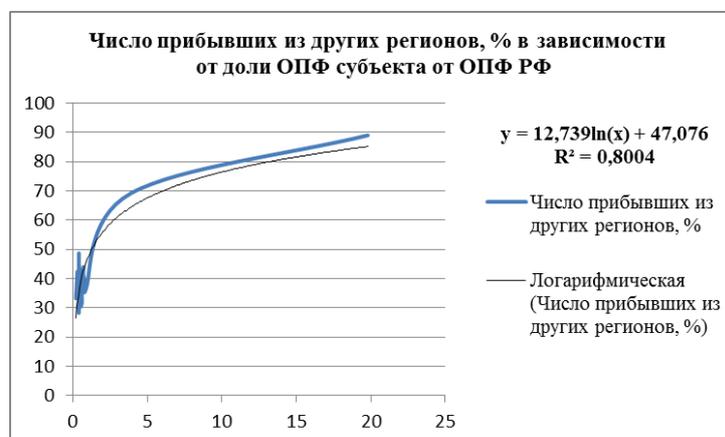


Рис. 1. Регрессионная модель для ЦФО, данные gks.ru 2017 г.

При исследовании влияния процесса миграции на определённые аспекты экономического развития авторами использовались различные математические модели миграции: детерминированные и стохастические, динамические и статические. Модели используются для описания процессов на равных уровнях: макромоделей, мезомоделей и микромоделей.

В качестве математического аппарата моделей используются дифференциальные уравнения, линейные балансовые модели, эконометрические уравнения и системы, Марковские цепи.

Общие вопросы применения математического моделирования роста населения и применения методов статистики в демографии рассматриваются в работах [1], [5], [6], [9], [10], [15], [16], [18], [30], [37], [38], в том числе модели микроуровня и модели макроуровня. Вопросы математического моделирования миграционных процессов с использованием эконометрических методов отражены в работах [20], [29], [34], [35]. Особое внимание авторы уделяют применению аппарата Марковских цепей [17], [25], [27], Байесовских моделей [2], [3], гравитационных моделей [16], [18], [22].

При моделировании процессов миграции особую важность приобретает моделирование структурных изменений в составе мигрантов. Например, предсказание структуры миграционного потока с точки зрения соотношения между квалифицированными и неквалифицированными работниками, мужчинами и женщинами, представителями разных конфессий, национальностей и прочее. Представим основные типы математических моделей и решаемые при их помощи задачи в таблице 2.

При построении математической модели миграционных процессов решают следующие задачи:

- формулируют основные предположения модели, исходя из цели моделирования;

Таблица 2. Основные типы математических моделей и решаемые при их помощи задачи

Модель	Исследуемая проблема
Эконометрическая модель	Исследование влияния социально-экономических факторов на процесс миграции
Модель системной динамики	Построение сценариев развития миграционного процесса в зависимости от изменения входных параметров
Гравитационная модель	Исследование миграции населения в крупные города их близлежащих областей
Модель структурных изменений (цепи Маркова)	Прогнозирование структуры миграционных потоков
Маятниковые модели	Исследование временной (вахтовой) миграции
Модели имитационного моделирования	Прогнозирование сложных миграционных процессов
Модели нечёткой математики, байесовские модели прогнозирования, модели теории игр, энтропийные модели	Оценка вероятностей реализации сценариев процессов миграции, обоснование принятия решений при управлении миграционными процессами
Балансовые модели	Выявление и анализ балансовых соотношений в миграционных потоках
Оптимизационные модели	Определение оптимальных параметров при принятии решений по управлению миграционными процессами

- исследуют особенности конкретных изучаемых миграционных процессов;
- выполняют построение математической модели с учётом особенностей изучаемого процесса;
- проводят анализ результатов применения модели для прогнозирования миграционных процессов.

Таким образом, практическое значение математического моделирования сводится к возможности существенного повышения эффективности принимаемых решений. В связи с этим прогнозирование на основе математического моделирования стало играть исключительно важную роль в процессах управления.

	Коэффициент	Ст. ошибка	t-статистика	P-значение
const	36,6937	1,94471	18,87	2,34e-012 ***
x	2,83377	0,406563	6,970	3,16e-06 ***

Среднее зав. перемен	41,70000	Ст. откл. зав. перемен	14,94433
Сумма кв. остатков	940,6127	Ст. ошибка модели	7,667352
R-квадрат	0,752253	Испр. R-квадрат	0,736768
F(1, 16)	48,58190	P-значение (F)	3,16e-06
Лог. правдоподобие	-61,14633	Крит. Акаике	126,2927
Крит. Шварца	128,0734	Крит. Хеннана-Куинна	126,5382

Тест Вайта (White) на гетероскедастичность -  
 Нулевая гипотеза: гетероскедастичность отсутствует  
 Тестовая статистика: LM = 14,9301  
 p-значение = P(Chi-квадрат(2) > 14,9301) = 0,000572763

Тест на нормальное распределение ошибок -  
 Нулевая гипотеза: ошибки распределены по нормальному закону  
 Тестовая статистика: Хи-квадрат(2) = 7,37344  
 p-значение = 0,025054

Рис. 2. Результаты в GRETL

## 2. Построение и анализ математической модели темпа миграции

Наряду с международной миграцией имеет место и межрегиональная миграция, с учётом особой притягательности отдельных субъектов РФ это достаточно массовое явление, требующее отдельного исследования.

Межрегиональная миграция рабочей силы — это социально-экономическое явление, при котором трудовые ресурсы ищут себе наиболее выгодное применение.

Потребность в обеспечении более высокого уровня жизни для себя и своей семьи является главной причиной миграции рабочей силы.

Интерес представляет выявление взаимосвязей между числом мигрантов и важнейшими социально-экономическими показателями отдельных регионов России, наиболее привлекательных для мигрантов. Особо привлекательными для мигрантов в России являются Москва, Санкт-Петербург, ХМАО-Югра, ЯНАО, Чукотский автономный округ. В период подготовки Олимпиады много мигрантов работало на строительстве спортивных и иных объектов в Сочи, Краснодарском крае. Этот регион и сейчас привлекает мигрантов ввиду благоприятных климатических условий, возможности трудоустройства, особенно в высокий туристический сезон.

Используя официальные данные за 2017 год с сайта [www.gks.ru](http://www.gks.ru), построим регрессионную модель, показывающую зависимость среднего ожидаемого числа прибывших из других регионов в зависимости от доли основных производственных фондов (ОПФ) субъекта в основных производственных фондах всей России.

Парная регрессия построена по данным Центрального федерального округа как одного из самых предпочитаемых мигрантами регионов (рис. 1). Модель

имеет высокое качество (коэффициент детерминации 0,8004). Линейная модель построена в GRETL (рис.2).

Остатки гомоскедастичны и имеют нормальное распределение при уровне значимости 0,05, что свидетельствует о выполнении важнейших предпосылок МНК.

## Выводы

Таким образом, для исследования процессов миграции можно использовать различные математические модели. Наибольший интерес представляют модели, построенные на реальных данных. В этой работе была построена модель, описывающая реальную закономерность, зависимость среднего ожидаемого числа прибывших из других регионов (%) от доли ОПФ исследуемого региона (%) в ОПФ всей России. Результаты модели могут быть использованы для анализа процессов и управления ими при межрегиональной миграции населения в условиях России.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Alkema L., Raftery A.E., Gerland P., Clark S.J., Pelletier F., Buettner T., Heilig G.K. Probabilistic projections of the total fertility rate for all countries // *Demography*. 2011. V. 48. P. 815–839.
2. Bijak J. Bayesian methods in international migration forecasting // *CEFMR Working Paper 6/2005*. Central European Forum for Migration Research. Warsaw. 2005.
3. Bijak J., Wisniowski A. Bayesian forecasting of immigration to selected European countries by using expert knowledge // *Journal of the Royal Statistical Society: Series A (Statistics in Society)*. 2010. V. 173. P. 775–796.
4. Cadwallader M.T. *Migration and Residential Mobility: Macro and Micro Approaches*. Madison, Wis.: University of Wisconsin Press, 1992.
5. Clark J.S. Uncertainty and Variability in Demography and Population Growth: A Hierarchical Approach // *Ecology*. 2003. No. 84(6). P. 1370–1381.
6. Congdon P. A Bayesian Approach to Prediction using the Gravity Model, with an Application to Patient Flow Modelling // *Geographical Analysis*. 2000. No. 32(3). P. 205–224.
7. Congdon P. The development of gravity models for hospital patient flows under system change: a Bayesian modelling approach // *Health Care Management Science*. 2001. No. 4(4). P. 289–304.
8. Constant A.F., Zimmermann K.F. The Dynamics of Repeat Migration: A Markov Chain Analysis // *International Migration Review*. 2012. V. 46, Issue 2. P. 362–388.
9. Dustmann C., Casanova M., Fertig M., Preston I., Schmidt C.M. The impact of EU enlargement on migration flows // *Home Office Report 25/03*. Home Office, London, 2003.
10. Eurostat. *Population projections for the European Union 2004–2050*. Eurostat, Luxembourg, 2005.

11. Fachin S., Venanzoni G. IDEM: an Integrated Demographic and Economic Model of Italy // Paper for the 14th International Conference on Input-Output Techniques, Montreal, Canada, 10–15 October, 2002.
12. Goldstein H. Multilevel statistical models. Arnold, London, 2003.
13. Greenwood M.J. An Analysis of the Determinants of Geographic Labor Mobility in the United States // Review of Economics and Statistics. 1969. No. 51(2). P. 189–194.
14. Gustafson P., Aeschliman D., Levy A.R. A simple approach to fitting Bayesian survival models // Lifetime data analysis. 2003. No. 9(1). P. 5–19.
15. Jennissen R. Macro-economic determinants of international migration in Europe. Dutch University Press, Amsterdam, 2004.
16. Stillwell J., Congdon P. (eds.) Migration Models: Macro and Micro Approaches. Belhaven Press, 1992.
17. Joseph G. A Markov Analysis of Age/Sex Differences in Inter-regional Migration in Britain // Regional Studies. 1975. No. 9(2). P. 69–78.
18. Keilman N., Pham D.Q. Empirical errors and predicted errors in fertility, mortality and migration forecasts in the European Economic Area. Discussion Paper No. 386. Social and Demographic Research, Statistics Norway, Oslo, 2004.
19. Keyfitz N. Introduction to the Mathematics of Population. University of California Press, Berkeley, CA, 1968.
20. Kim K., Cohen J.E. Determinants of international migration flows to and from industrialized countries: A panel data approach beyond gravity // International Migration Review. 2010. V. 44. P. 899–932.
21. Korcelli P. On interrelations between internal and international migration // Innovation. 1994. V. 2. P. 151–163.
22. Kritz M., Lim L.L., Zlotnik H. (eds.) International migration systems: A global approach. Clarendon Press, Oxford, 1992.
23. Lanzieri, G. EUROPOP 2003: Methodology for Drafting International Migration Assumptions in the EU-15 Member States // Paper for the meeting of the Working Group on Population Projections. Luxembourg, 15–16 July, 2004.
24. Lee E.S. A Theory of Migration // Demography. 1966. No. 3(1). P. 47–57.
25. Lindsay I., Brenton B. Two Stochastic Approaches to Migration: Comparison of Monte Carlo Simulation and Markov Chain Model // Geografiska Annaler. Series B, Human Geography. 1972. No. 54(1). P. 56–67.
26. Nagurney A. A Network Model of Migration Equilibrium with Movement Costs // Mathematical and Computer Modelling. 1990. V. 13, Issue 5. P. 79–88.
27. Pan J., Nagurney A. Using Markov Chains to Model Human Migration in a Network Equilibrium Framework // Mathematical and Computer Modelling. 1994. V. 19, Issue 11. P. 31–39.
28. Ravenstein E.G. The Laws of Migration // Journal of the Statistical Society of London. 1885. No. 48(2). P. 167–235.
29. Rogers A. A Regression Analysis of Interregional Migration in California // The Review of Economics and Statistics. 1967. No. 49(2). P. 262–267.
30. Sandell S.H. Women and the Economics of Family Migration // The Review of Economics and Statistics. 1977. No. 59(4). P. 406–411.
31. Sjaastad L.A. The Costs and Returns of Human Migration // The Journal of Political Economy. 1962. No. 70(5). P. 80–93.

32. Vries J., Nijkamp P., Rietveld P. Alonso's General Theory of Movement. Tinbergen Institute Discussion Paper (TI 2000–062/3), 2000.
33. Wadycki W.J. Stouffer's Model of Migration: A Comparison of Interstate and Metropolitan Flows // *Demography*. 1975. No. 12(1). P. 121–128.
34. Галимов И.А., Уразаева Л.Ю. Математическое исследование некоторых аспектов миграции населения // *Вестник Нижневартковского государственного университета*. 2014. № 3. С. 77–85.
35. Галимов И.А., Уразаева Л.Ю. Математическая оценка взаимовлияния уровней безработицы различных возрастных групп с учётом старения населения // *Вестник Нижневартковского государственного университета*. 2013. № 1. С. 14–19.
36. Гателюк О.В., Исмаилов Ш.К., Манюкова Н.В. Численные методы. М. : Юрайт, 2019. 140 с.
37. Манюкова Н.В., Никонова Е.З., Слива Е.А. Статистика и прогнозирование в Microsoft Excel. Нижневартовск : НВГУ, 2017. 193 с.
38. Манюкова Н.В., Уразаева Л.Ю. Проектирование систем принятия решений для прогнозирования сценариев миграционных процессов // *Международная конференция по мягким вычислениям и измерениям*. 2018. Т. 2. С. 436–439.

## MATHEMATICAL MODELING OF MIGRATION PROCESSES

**L.U. Urazayeva**<sup>1</sup>

Ph.D. (Phys.-Math.), Associate Professor, e-mail: delovoi2004@mail.ru

**N.V. Manyukova**<sup>2</sup>

Ph.D. (Pedagogics), Associate Professor, e-mail: manukovanv@mail.ru

**R.E. Mamedli**<sup>2</sup>

Ph.D. (Phys.-Math.), Associate Professor, e-mail: prog-nv@mail.ru

<sup>1</sup>Saint Petersburg State University of Architecture and Civil Engineering, Saint Petersburg, Russia

<sup>2</sup>Nizhnevartovsk State University, Nizhnevartovsk, Russia

**Abstract.** The paper considers different approaches to mathematical modeling of migration processes. The necessity of structural modeling of migration processes is substantiated. Computer simulation of migration process using real data is carried out.

**Keywords:** mathematical modeling, migration process, population aging, labor demand, migration of skilled workers, migrants preferences.

## REFERENCES

1. Alkema L., Raftery A.E., Gerland P., Clark S.J., Pelletier F., Buettner T., and Heilig G.K. Probabilistic projections of the total fertility rate for all countries. *Demography*, 2011, vol. 48, pp. 815–839.
2. Bijak J. Bayesian methods in international migration forecasting. CEFMR Working Paper 6/2005. Central European Forum for Migration Research, Warsaw, 2005.

3. Bijak J. and Wisniowski A. Bayesian forecasting of immigration to selected European countries by using expert knowledge. *Journal of the Royal Statistical Society: Series A (Statistics in Society)*, 2010, vol. 173, pp. 775–796.
4. Cadwallader M.T. *Migration and Residential Mobility: Macro and Micro Approaches*. Madison, Wis., University of Wisconsin Press, 1992.
5. Clark J.S. Uncertainty and Variability in Demography and Population Growth: A Hierarchical Approach. *Ecology*, 2003, no. 84(6), pp. 1370–1381.
6. Congdon P. A Bayesian Approach to Prediction using the Gravity Model, with an Application to Patient Flow Modelling. *Geographical Analysis*, 2000, no. 32(3), pp. 205–224.
7. Congdon P. The development of gravity models for hospital patient flows under system change: a Bayesian modelling approach. *Health Care Management Science*, 2001, no. 4(4), pp. 289–304.
8. Constant A.F. and Zimmermann K.F. The Dynamics of Repeat Migration: A Markov Chain Analysis. *International Migration Review*, 2012, vol. 46, iIssue 2, pp. 362–388.
9. Dustmann C., Casanova M., Fertig M., Preston I., and Schmidt C.M. The impact of EU enlargement on migration flows. Home Office Report 25/03, Home Office, London, 2003.
10. Eurostat. *Population projections for the European Union 2004–2050*. Eurostat, Luxembourg, 2005.
11. Fachin S. and Venanzoni G. IDEM: an Integrated Demographic and Economic Model of Italy. Paper for the 14th International Conference on Input-Output Techniques, Montreal, Canada, 10–15 October, 2002.
12. Goldstein H. *Multilevel statistical models*. Arnold, London, 2003.
13. Greenwood M.J. An Analysis of the Determinants of Geographic Labor Mobility in the United States. *Review of Economics and Statistics*, 1969, no. 51(2), pp. 189–194.
14. Gustafson P., Aeschliman D., and Levy A.R. A simple approach to fitting Bayesian survival models. *Lifetime data analysis*, 2003, no. 9(1), pp. 5–19.
15. Jennissen R. *Macro-economic determinants of international migration in Europe*. Dutch University Press, Amsterdam, 2004.
16. Stillwell J., Congdon P. (eds.) *Migration Models: Macro and Micro Approaches*. Belhaven Press, 1992.
17. Joseph G. A Markov Analysis of Age/Sex Differences in Inter-regional Migration in Britain. *Regional Studies*, 1975, no. 9(2), pp. 69–78.
18. Keilman N. and Pham D.Q. Empirical errors and predicted errors in fertility, mortality and migration forecasts in the European Economic Area. Discussion Paper No. 386. Social and Demographic Research, Statistics Norway, Oslo, 2004.
19. Keyfitz N. *Introduction to the Mathematics of Population*. University of California Press, Berkeley, CA, 1968.
20. Kim K. and Cohen J.E. Determinants of international migration flows to and from industrialized countries: A panel data approach beyond gravity. *International Migration Review*, 2010, vol. 44, pp. 899–932.
21. Korcelli P. On interrelations between internal and international migration. *Innovation*, 1994, vol. 2, pp. 151–163.
22. Kritz M., Lim L.L., Zlotnik H. (eds.) *International migration systems: A global approach*. Clarendon Press, Oxford, 1992.
23. Lanzieri, G. *EUROPOP 2003: Methodology for Drafting International Migration As-*

- assumptions in the EU-15 Member States // Paper for the meeting of the Working Group on Population Projections. Luxembourg, 15–16 July, 2004.
24. Lee E.S. A Theory of Migration. Demography, 1966, no. 3(1), pp. 47–57.
  25. Lindsay I. and Brenton B. Two Stochastic Approaches to Migration: Comparison of Monte Carlo Simulation and Markov Chain Model. Geografiska Annaler. Series B, Human Geography, 1972, no. 54(1), pp. 56–67.
  26. Nagurney A. A Network Model of Migration Equilibrium with Movement Costs. Mathematical and Computer Modelling, 1990, vol. 13, issue 5, pp. 79–88.
  27. Pan J. and Nagurney A. Using Markov Chains to Model Human Migration in a Network Equilibrium Framework, Mathematical and Computer Modelling, 1994, vol. 19, issue 11, pp. 31–39.
  28. Ravenstein E.G. The Laws of Migration. Journal of the Statistical Society of London, 1885, no. 48(2), pp. 167–235.
  29. Rogers A. A Regression Analysis of Interregional Migration in California. The Review of Economics and Statistics, 1967, no. 49(2), pp. 262–267.
  30. Sandell S.H. Women and the Economics of Family Migration. The Review of Economics and Statistics, 1977, no. 59(4), pp. 406–411.
  31. Sjaastad L.A. The Costs and Returns of Human Migration. The Journal of Political Economy, 1962, no. 70(5), pp. 80–93.
  32. Vries J., Nijkamp P., and Rietveld P. Alonso's General Theory of Movement. Tinbergen Institute Discussion Paper (TI 2000–062/3), 2000.
  33. Wadycki W.J. Stouffer's Model of Migration: A Comparison of Interstate and Metropolitan Flows. Demography, 1975, no. 12(1), pp. 121–128.
  34. Galimov I.A. and Urazaeva L.Yu. Matematicheskoe issledovanie nekotorykh aspektov migratsii naseleniya. Vestnik Nizhnevartovskogo gosudarstvennogo universiteta, 2014, no. 3, pp. 77–85. (in Russian)
  35. Galimov I.A. and Urazaeva L.Yu. Matematicheskaya otsenka vzaimovliyaniya urovnei bezrobotitsy razlichnykh vozrastnykh grupp s uchetom stareniya naseleniya. Vestnik Nizhnevartovskogo gosudarstvennogo universiteta, 2013, no. 1, pp. 14–19. (in Russian)
  36. Gatelyuk O.V., Ismailov Sh.K., and Manyukova N.V. Chislennye metody. Moscow, Yurait Publ., 2019, 140 p. (in Russian)
  37. Manyukova N.V., Nikonova E.Z., and Sliva E.A. Statistika i prognozirovaniye v Microsoft Excel. Nizhnevartovsk, NVGU Publ., 2017, 193 p. (in Russian)
  38. Manyukova N.V. and Urazaeva L.Yu. Proektirovaniye sistem prinyatiya reshenii dlya prognozirovaniya stszenariy migratsionnykh protsessov. Mezhdunarodnaya konferentsiya po myagkim vychisleniyam i izmereniyam, 2018, vol. 2, pp. 436–439. (in Russian)

*Дата поступления в редакцию: 13.11.2019*