

ПРИМЕНЕНИЕ АФФИННОЙ НОРМАЛИЗАЦИИ ДЛЯ ПОВЫШЕНИЯ ТОЧНОСТИ СРАВНЕНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ

С.В. Лейхтер¹

преподаватель, e-mail: leykhter@mail.ru

С.Н. Чуканов²

профессор, д.т.н., ведущий научный сотрудник, e-mail: ch_sn@mail.ru

¹Омский государственный университет им. Ф.М. Достоевского, Омск, Россия

²Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН

Аннотация. Рассмотрена задача сравнения форм исходного и терминального изображений. Для анализа деформаций изображения используются диффеоморфные преобразования. Для повышения точности сравнения исходного и терминального изображений их предлагается нормализовать. Исходное изображение подвергается аффинному преобразованию и функционал качества между преобразованным исходным и терминальным изображениями минимизируется. Решение задачи эволюции формы изображения основано на использовании алгоритма имитации отжига.

Ключевые слова: распознавание образов, нормализация изображений, аффинные преобразования, алгоритм имитации отжига.

Введение

В работе рассмотрена задача сравнения форм исходного и терминального изображений. Для анализа деформаций изображения используются диффеоморфные преобразования. Задача сравнения исходного и терминального изображений решается на основе построения минимизируемого функционала качества, характеризующего эволюцию преобразования изображения. Для решения задачи сравнения в работе используется метод частиц-ориентиров, для которых формируются уравнения Гамильтона.

В настоящей работе решение задачи эволюции формы основано на метаэвристических алгоритмах: генетических, муравьиных колоний, PSO, машин Больцмана и имитации отжига. Под методами эвристики будем понимать методы для более быстрого решения задач оптимизации, когда традиционные методы не позволяют найти точное решение при ограниченном количестве вычислительных операций. Метаэвристика — это эвристика более высокого уровня, предназначенная для формирования эвристики, которая обеспечивает решение задач оптимизации с неполной информацией при ограниченном количестве вычислительных операций. Метаэвристические алгоритмы используются для

улучшения эвристики локального поиска и для глобального поиска оптимального решения. К алгоритмам метаэвристики относятся [1] алгоритм имитации отжига (SA — simulated annealing [2]), эволюционные вычисления [3], PSO [4].

Для повышения точности сравнения исходного и терминального изображений их необходимо нормализовать. В работе предлагается такой метод нормализации, при котором исходное изображение подвергается аффинному преобразованию, и функционал качества между преобразованным исходным и терминальным изображениями минимизируется. После этого нормализованное исходное изображение подвергается диффеоморфному преобразованию с целью минимизации функционала качества. Совместное аффинное преобразование исходного изображения с целью нормализации и диффеоморфное преобразование являются инвариантными к переносу, вращению, масштабированию, растяжению / сжатию.

1. Формирование уравнений эволюции точечных ориентиров изображения

Представление диффеоморфного отображения изображений будем рассматривать как эволюцию во времени точечных ориентиров изображения на основе механики Гамильтона. Пусть $q_i(t); i = 1, \dots, N$ — обозначение вектора положения частицы i и $p_i(t); i = 1, \dots, N$ — соответствующего вектора импульса в момент времени t . Если импульсы и скорости частиц связаны соотношением $p_i = \mathcal{L} \cdot v_i$, где \mathcal{L} — линейный обратимый оператор, то обратное соотношение $v_i = \mathcal{L}^{-1} \cdot p_i = \mathcal{K}p_i$. Скалярное произведение векторов p_i и v_i можно представить в виде $\langle p_i, v_i \rangle_{L^2} = \langle \mathcal{L}v_i, v_i \rangle_{L^2}$. Для оператора $\mathcal{L} = \text{id} - \alpha \nabla^2$ обратным оператором является оператор $\mathcal{K} = \mathcal{L}^{-1}$, который аппроксимируется функцией Гаусса [5]:

$$K^V(q_i - q_j) = k_V \exp\left(-\frac{\|q_i - q_j\|^2}{\lambda_V^2}\right). \quad (1)$$

Из формулы (1) следует, как можно определить λ_V^2 : при расстоянии между положениями ориентиров q_i, q_j , равном $\lambda_V = |q_i - q_j|$, значение функции $K^V(q_i - q_j)$ уменьшается по отношению $K^V(0)$ в e раз: $\frac{K^V(\alpha)}{K^V(0)} = e^{-1}$. Поля импульсов и скоростей могут быть сформированы из соотношений [6, 7]

$$\begin{aligned} p_t(q) &= \sum_{i=1}^N \delta(q - q_i(t)) \cdot p_i(t); \\ v_t(q) &= \sum_{i=1}^N K(q - q_i(t)) \cdot p_i(t). \end{aligned} \quad (2)$$

Сформируем минимизируемый функционал качества, который соответствует деформации изображения в виде

$$J_0 = \frac{1}{2} \int_0^1 \left\{ \sum_{i,j=1}^N p_i^T K^V(q_i - q_j) p_j \right\} dt. \quad (3)$$

Так как $K(\cdot)$ аппроксимирует дифференциальный оператор \mathcal{L}^{-1} , то функционалу (3) соответствует функционал

$$J_0 = \frac{1}{2} \int_0^1 \left\{ \sum_{i,j} p_i^T \mathcal{L}^{-1} p_j \right\} dt = \frac{1}{2} \int_0^1 \left\{ \sum_{i,j} \langle \mathcal{L} v_j, v_j \rangle \right\} dt.$$

Минимизация J_0 должна осуществляться по значениям векторов q_i, q_j и p_i, p_j . Но значения векторов q_i, q_j определяются начальными значениями $q_i(0), q_j(0)$ и решениями уравнений (8), поэтому минимизация осуществляется по начальным неизвестным значениям векторов $p_i(0), p_j(0)$.

Минимизация J_0 может быть представлена в форме задачи оптимального управления, связанной с гамильтонианом:

$$H_0(q, p) = \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^N p_i^T K^V(q_i - q_j) p_j. \quad (4)$$

Эволюция системы во времени определяется уравнениями Гамильтона для векторов $p_i(t), q_i(t); i = 1, \dots, N$ [8, 9]

$$\begin{aligned} \dot{p}_i(t) &= -\frac{\partial H_0}{\partial q_i} = -\sum_{j=1}^N p_j(t) \nabla_{q_i} K^V(q_i(t) - q_j(t)) p_j(t); \\ \dot{q}_i(t) &= \frac{\partial H_0}{\partial p_i} = \sum_{j=1}^N K^V(q_i(t) - q_j(t)) p_j(t). \end{aligned} \quad (5)$$

Используя для $K^V(q_i - q_j)$ функцию (1), получим

$$\nabla_{q_i} K^V(q_i - q_j) = K^V(q_i - q_j) \cdot (q_i - q_j) \cdot \lambda_V^{-2}. \quad (6)$$

Если функционал качества J_0 принять в форме (3), а гамильтониан системы в форме

$$H(q, p) = H_0(q, p) + \sigma^{-2} \sum_{i=1}^N (\dot{q}_i - v_i(q))^2 = H_0(q, p) + \sigma^2 \sum_{i=1}^N p_i^2, \quad (7)$$

то уравнения Гамильтона для производных компонент $\dot{p} = (\dot{p}_1, \dots, \dot{p}_N)$, $\dot{q} = (\dot{q}_1, \dots, \dot{q}_N)$ примут вид [10]:

$$\begin{aligned} \dot{p}_i &= -\frac{\partial H}{\partial q_i} = -\sum_{j=1}^N p_j^T \nabla_{q_i} K^V(q_i - q_j) p_j; \\ \dot{q}_i &= \frac{\partial H}{\partial p_i} = \sum_{j=1}^N K^V(q_i - q_j) p_j + \sigma^2 p_i. \end{aligned} \quad (8)$$

Член $\sigma^{-2} \sum_{i=1}^N (\dot{q}_i - v_i(q))^2$ в (7) является штрафом при наличии рассогласования $(\dot{q}_i - v_i(q))$, где $v_i(q)$ определяется в соответствии с (2).

2. Обучение начальных значений вектора импульса на основе алгоритма имитации отжига

Рассмотрим систему обыкновенных дифференциальных уравнений для вектора $x(t)$:

$$\dot{x}(t) = u(t, x(t)); x(t_0) = x_0, \quad (9)$$

где $u(t, x)$ — функция, непрерывная по t и равномерно непрерывная по x . Для уравнений (9) существует гладкое решение $x(t) = \psi(t, t_0, x_0)$ на интервале $t \in [t_0 - \varepsilon, t_0 + \varepsilon]; \varepsilon > 0$. Правые части уравнений (8) являются гладкими функциями по аргументам $(q_k, p_k); k = 1, \dots, N$, поэтому решения (8), рассматриваемые как функции $(q_k, p_k)(t) = \psi(t_0, q_k|_{t=t_0}, p_k|_{t=t_0})$, будут непрерывно дифференцируемыми по аргументам $(t_0, q_k|_{t=t_0}, p_k|_{t=t_0}); k = 1, \dots, N$.

Рассмотрим метод нахождения параметров при диффеоморфизме $q_k(0) \rightarrow q_k(1)$ при заданном функционале

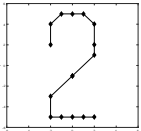
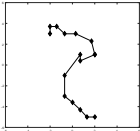
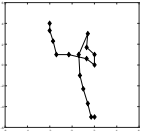
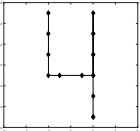
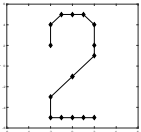
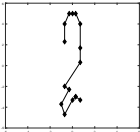
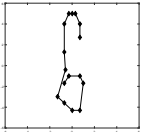
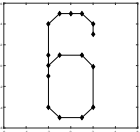
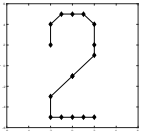
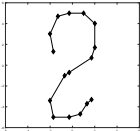
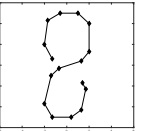
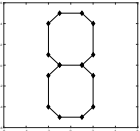
$$J^q = \sum_{i=1}^N [q_i(t) - q_i(1)]^2 \rightarrow \min, \quad (10)$$

где $(q_1(t), \dots, q_N(t))$ — целевое множество точек. Компоненты производной вектора \dot{q} и функционал J^q зависят от вектора p (см. (8)). Так как в системе (8) для вектора q заданы начальные условия $q(0)$, а для вектора p — терминальные $p(1) = (0, \dots, 0)$ при $t = 1$, то для решения (8) получаем двухточечную краевую задачу.

Вектор начальных значений $p(0) = (p_1(0), \dots, p_N(0))$ может быть найден методом имитации отжига (simulated annealing, см. Приложение [2]). Для этого сформируем функционал стоимости с учётом функциональной зависимости от $p(0)$: $J^q(p(0))$. Обозначим значение функционала стоимости при i -м начальном векторе $p^i(0)$: $E_i = J^q(p^i(0))$, где i — номер шага итерации. Выберем другое множество $p^{i+1}(0) = p^i(0) + C \cdot \epsilon$, где $\epsilon \sim N[0, 1]$ — нормальное распределение, C — масштабирующий коэффициент. Если $\Delta E = J^q(p^{i+1}(0)) - J^q(p^i(0)) < 0$, то принимается новый начальный вектор $p^{i+1}(0)$, в противном случае оставляют вектор $p^i(0)$. Находится вероятность перехода p : $p = \exp(-\Delta E \cdot T^{-1})$, где T — температура для управления процессом отжига; переход $p^i(0) \rightarrow p^{i+1}(0)$ будет принят, если $p > r$, где $r \in [0 \dots 1]$ — случайное число из равномерного распределения.

Пример 1. Рассмотрим пример деформации с использованием интегрирования уравнений (8) при диффеоморфизме чётных цифр, которые представлены 16-ю точками. Начальные значения компонент вектора $p(0)$ определялись на основе метода имитации отжига при $\lambda_V^2 = 10, k_V = 1, \sigma^2 = 100$. В табл. 1 представлены результаты диффеоморфизма чётных цифры 2 в цифры 4, 6, 8 с указанием значения действия J_0 , которое определялось по формуле (3). J_0 является мерой сходства (measure of similarity) исходного и терминального изображений.

Таблица 1

	$t = 0$	$t = 0,4$	$t = 0,7$	$t = 1$	J_0
$2 \rightarrow 4$					1,82
$2 \rightarrow 6$					1,21
$2 \rightarrow 8$					0,17

Исходные и терминальные изображения имеют различные топологические характеристики. Например, число ручек изображения цифр 2 и 4 — $g = 0$, цифр 0 и 6 — $g = 1$, а цифры 8 — $g = 2$, если представить эти цифры в форме поверхностей. Поверхность имеет число ручек (род) g , если она является диффеоморфной сумме сферы s^2 и g торов T^2 . \square

3. Нормализация изображений на основе аффинных преобразований

Для повышения точности сравнения исходного и терминального изображений их необходимо нормализовать. Ниже предлагается такой метод нормализации, при котором исходное изображение подвергается аффинному преобразованию и функционал качества между преобразованным исходным и терминальным изображениями минимизируется. После этого нормализованное исходное изображение подвергается диффеоморфному преобразованию.

Аффинное преобразование является частным случаем диффеоморфного преобразования. Аффинное преобразование можно представить в виде [12, 13] $x \rightarrow y = M \cdot x + b$, где $M \in \mathbb{R}^{n \times n}$ — обратимая матрица, $b \in \mathbb{R}^n$, x, y — векторы в аффинном пространстве $X \in \mathbb{R}^n$. В случае аффинного преобразования точки кривой (поверхности), аппроксимирующей форму деформируемого объекта, можно представить в виде $y_p \rightarrow M \cdot x_p + b, p = 1, \dots, P$. В качестве минимизированного функционала выберем квадрат расстояния между точками

исходного и терминального изображений:

$$J(M, b) = \sum_{p=1}^P \|\bar{y}_p - (M \cdot x_p + b)\|^2, p = 1, \dots, P,$$

для заданных значений точек исходного $x_p, p = 1, \dots, P$ и терминального изображений $\bar{y}_p, p = 1, \dots, P$. Пусть ξ_i — параметры аффинного преобразования $\xi_i \in \Xi, i = 1, \dots, n$, где Ξ — множество компонент матрицы M и компонент вектора b .

Требуемые значения параметров ξ_i могут быть найдены методом SA (simulated annealing, см. Приложение) для функционала $J(M, b)$. Обозначим значение функционала стоимости при множестве $\xi_i^j: E_j = J(\xi_1^j, \dots, \xi_n^j)$, где j — номер шага итерации. Выберем другое множество $\xi_i^{j+1} = \xi_i^j + C \cdot \epsilon; i \in [1, \dots, n]$, где $\epsilon \sim N[0, 1]$ — нормальное распределение, C — масштабирующий коэффициент. Если $\Delta E = E_{j+1} - E_j = J(\xi_1^{j+1}, \dots, \xi_n^{j+1}) - J(\xi_1^j, \dots, \xi_n^j) < 0$, то принимается новое множество параметров $(\xi_1^{j+1}, \dots, \xi_n^{j+1})$, в противном случае оставляют множество $(\xi_1^j, \dots, \xi_n^j)$. Находится вероятность перехода $p: p = \exp(-\Delta E \cdot T^{-1})$, где T — температура для управления процессом отжига; переход $(\xi_1^j, \dots, \xi_n^j) \rightarrow (\xi_1^{j+1}, \dots, \xi_n^{j+1})$ будет принят, если $p > r$, где $r \in [0 \dots 1]$ — случайное число из равномерного распределения.

Рассмотрим декомпозицию аффинного преобразования на следующие элементарные преобразования изображений [12]: горизонтальный перенос $x' = x + a, y' = y$; вертикальный перенос $x' = x, y' = y + b$; равномерное масштабирование $x' = \omega \cdot x, y' = \omega \cdot y; \omega > 0$; первый поворот $x' = x \cdot \cos \alpha - y \cdot \sin \alpha, y' = x \cdot \sin \alpha + y \cdot \cos \alpha$; растяжение / сжатие $x' = \delta \cdot x, y' = \frac{y}{\delta}; \delta > 0$; второе вращение $x' = x \cdot \cos \rho - y \cdot \sin \rho, y' = x \cdot \sin \rho + y \cdot \cos \rho$. Традиционные методы распознавания изображений (например нейросетевые, методы глубокого обучения и т. д.) не являются инвариантными по отношению к этим преобразованиям. Поэтому для повышения точности сравнения исходного и терминального изображений их необходимо нормализовать.

В общем случае аффинные преобразования не могут совместить исходное и терминальное изображения. Но в результате предварительной аффинной нормализации функционал (3) между исходным и терминальным изображениями сокращается, что приводит к повышению характеристик распознавания образа [14, 15].

В работах [12, 13] предлагаются методы нормализации изображений на основе построения евклидовых и аффинных моментных инвариантов. При этом необходимо нормализовать как исходное, так и терминальное изображения.

Пример 2. На рисунке 1 приводится пример аффинного преобразования только исходного изображения для того, чтобы «приблизить» его к терминальному минимизацией функционала J_0 в соответствии с (3).

На рисунке 2 приведён результат диффеоморфного отображения изображения после второго вращения до терминального изображения.

Значение J_0 при диффеоморфном отображении Secondrotation \rightarrow Terminal: $J_0 = 0,00000025$.

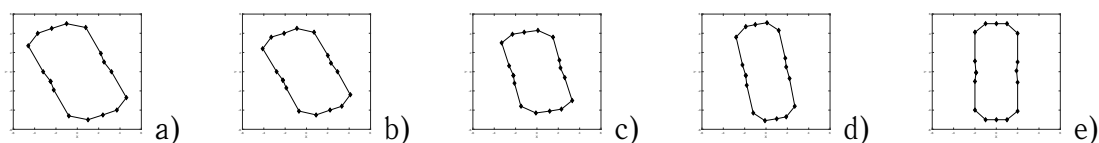


Рис. 1. Результат аффинного преобразования исходного изображения: а) исходное изображение; б) результат масштабирования; в) первое вращение; д) растяжение / сжатие; е) результат второго вращения



Рис. 2. Результат диффеоморфного отображения изображения после второго вращения до терминального изображения: а) результат второго вращения исходного изображения; б) терминальное изображение

На рисунке 3 приведён результат диффеоморфного отображения исходного изображения до терминального изображения.

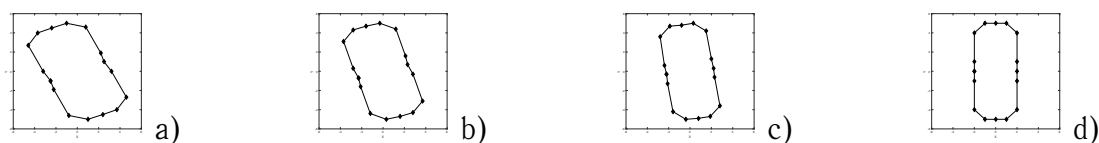


Рис. 3. Результат диффеоморфного отображения исходного изображения до терминального изображения: а) исходное изображение $t = 0$; б) преобразование при $t = 0,4$; в) преобразование при $t = 0,7$; д) терминальное изображение

Значение J_0 при диффеоморфном отображении исходного изображения до терминального изображения $J_0 = 0,061$. \square

Заключение

В работе рассмотрена задача сравнения форм исходного и терминального изображений. Для анализа деформаций изображения используются диффеоморфные преобразования. Задача сравнения исходного и терминального изображений решается на основе построения минимизируемого функционала качества, характеризующего эволюцию преобразования изображения. Для решения задачи сравнения в работе используется метод частиц-ориентиров, для которых формируются уравнения Гамильтона.

Решение задачи эволюции формы в работе основано на использовании метаэвристических алгоритмов.

Для повышения точности сравнения исходного и терминального изображений в работе предлагается метод нормализации, при котором исходное изображение подвергается аффинному преобразованию и функционал качества между преобразованным исходным и терминальным изображениями минимизируется.

Совместное аффинное преобразование исходного изображения с целью нормализации и диффеоморфное преобразование являются инвариантными к переносу, вращению, масштабированию, растяжению / сжатию.

Предлагаемые в работе методы могут быть использованы в задачах распознавания образов.

Приложение. Алгоритм имитации отжига

Имитация отжига (SA — simulated annealing) представляет собой метод случайного поиска на основе оценивания траектории частиц для глобальной оптимизации. Он имитирует процесс отжига при обработке материалов, когда металл после проведения отжига охлаждается и замерзает в кристаллическом состоянии с минимальной энергией. Процесс отжига включает в себя контроль температуры и скорости её охлаждения (график отжига). С момента разработки имитационного отжига Kirkpatrick et al. [2] SA применяется практически во всех областях оптимизации. Алгоритм SA имеет сходство с алгоритмом Metropolis et al. [16].

Преимущество SA заключается в его способности избегать попадания в локальные минимумы. Было доказано, что моделируемый отжиг будет сходиться к глобальному значению целевой функции, если будут использоваться случайные переменные в сочетании с медленным охлаждением [17]. Основная идея алгоритма SA заключается в использовании случайного поиска, который не только принимает изменения позиций частиц, улучшающие целевую функцию, но также сохраняет позиции, которые не являются идеальными. Например, в задаче минимизации будут приняты изменения, которые уменьшают значение целевой функции $\Delta f < 0$; изменения, которые увеличивают $\Delta f \geq 0$, будут приняты с вероятностью перехода p : $p = \exp\left(-\frac{\Delta E}{k_B T}\right)$, где k_B — постоянная Больцмана; для простоты $k_B = 1$. T — температура для управления процессом отжига, ΔE — изменение уровня энергии. Вероятность перехода p основана на распределении Больцмана [18]. Самый простой способ связать ΔE с изменением целевой функции Δf : $\Delta E = \Delta f$. Таким образом, вероятность перехода $p(\Delta f, T) = \exp\left(-\frac{\Delta f}{T}\right)$. Случайный переход будет принят, если $p(\Delta f, T) = \exp\left(-\frac{\Delta f}{T}\right) > r$, где $r \in [0 \dots 1]$ — случайное число из равномерного распределения. В работе используется геометрический график охлаждения, который снижает температуру на коэффициент охлаждения $0 < \alpha < 1$: $T(t) = T_0 \alpha^t, t = 0, 1, \dots, t_f$.

Благодарности

Работа выполнена при поддержке комплексной программы фундаментальных научных исследований СО РАН I.5.1.7, проект 0314–2016–0020 и при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты № 18–07–00526 и № 18–08–01284)

ЛИТЕРАТУРА

1. Yang X.S. Nature-inspired algorithms and applied optimization. Springer International Publishing AG, 2018. 326 p.
2. Kirkpatrick S., Gellat C.D., Vecchi M.P. Optimization by simulated annealing // Science. 1983. V. 220(4598). P. 671–80.
3. Simon D. Evolutionary Optimization Algorithms: Biologically Inspired and Population-Based Approaches to Computer Intelligence. Wiley, 2013. 742 p.
4. Kennedy J., Eberhart R. Particle swarm optimization // Proceedings of the IEEE International Conference on Neural Networks. Piscataway, NJ, USA, 1995. P. 1942–48.
5. Younes L. Shapes and diffeomorphisms. Springer Science & Business Media, 2010. 434 p.
6. Ashburner J., Miller M.I. Diffeomorphic Image Registration // Brain Mapping: An Encyclopedic Reference. 2015. Vol. 1 P. 315–321.
7. Marsland S., McLachlan R.I. A Hamiltonian particle method for diffeomorphic image registration / Karssemeijer N., Lelieveldt B. editors // Proceedings of Information Processing in Medical Images. Lect Notes Comput Sci. New York : Springer, 2006. P. 396–407.
8. Trouve A., Younes L. Metamorphoses through lie group action // Foundations of Computational Mathematics. 2005. V. 5, № 2. P. 173–198.
9. Holm D.D., Trouve A., Younes L. The Euler-Poincaré theory of metamorphosis // Quarterly of Applied Mathematics. 2009. V. 67, № 4. P. 661–685.
10. Lejhter S.V., Chukanov S.N. Matching of images based on their diffeomorphic mapping // Computer optics. 2018. V. 42, № 1. P. 96–104.
11. Lejhter S.V., Chukanov S.N. The Matching of Images Based on the Construction of the Hamilton Equations // Mathematical Structures and Modeling. 2018. № 2(46). P. 86–94.
12. Flusser J., Zitova B., Suk T. Moments and moment invariants in pattern recognition. Chichester, UK : John Wiley & Sons, Ltd., 2009. 296 p.
13. Pei S.C., Lin C.N. Image normalization for pattern recognition // Image and Vision Computing. 1995. V. 13, № 10. P. 711–23.
14. Chukanov S.N. Definitions of invariants for n-dimensional traced vector fields of dynamic systems // Pattern Recognition and Image Analysis. 2009. V. 19, № 2. P. 303–305.
15. Chukanov S.N., Ulyanov D.V. The formation of invariants for visualization of vector fields on the basis of constructing homotopy operator // Computer optics. 2012. V. 36, № 4. P. 622–626.
16. Metropolis N., Rosenbluth A., Rosenbluth M., Teller A., Teller E. Equations of state calculations by fast computing machines // Journal of Chemistry and Physics. 1953. V. 21. P. 1087–1092.
17. van Laarhoven P.J.M., Aarts E.H.L. Simulated Annealing: Theory and Applications. Springer, 1987. 187 p.
18. Landau L.D., Lifshitz E.M. Statistical Physics: Part 1. Elsevier Ltd., 1980. 544 p.

**THE USING OF AFFINE NORMALIZATION FOR ENHANCEMENT
OF AN ACCURACY OF IMAGES COMPARISON**

S.V. Lejhter¹

Instructor, e-mail: leykhter@mail.ru

S.N. Chukanov²

Dr.Sc.(Eng.), Professor, Leading scientific employee, e-mail: ch_sn@mail.ru

¹Dostoevsky Omsk State University, Omsk, Russia

²Sobolev Institute of Mathematics of the Siberian Branch of the Russian Academy
of Sciences

Abstract. The problem of comparing the forms of the source and terminal images is considered. For the analysis of images deformations, diffeomorphic transformations are used. For enhancement of an accuracy of comparing source image and terminal image, it is proposed to normalize these images. The original image is exposed to affine transformation and the cost functional between the transformed original and terminal images is minimized. The solution for a problem of the image form evolution is based on the using of simulated annealing algorithm.

Keywords: pattern recognition, image normalization, affine transformations, simulated annealing algorithm.

Дата поступления в редакцию: 29.08.2019