

ПОСТРОЕНИЕ ЭФФЕКТИВНЫХ СЕНСОРНЫХ СЕТЕЙ С УЧЁТОМ СТОИМОСТНЫХ ЗАТРАТ

С.Н. Астраков^{1,2}

доцент, к.ф.-м.н., e-mail: astrakov90@gmail.com

А.Г. Квашнин¹

к.ф.-м.н., e-mail: kvashninag@kti.sbras.ru

Л.А. Короленко¹

инженер-программист, e-mail: lakorolenko@gmail.com

¹Институт вычислительных технологий СО РАН

²Новосибирский исследовательский национальный университет

Аннотация. В работе рассматриваются способы проектирования беспроводных сенсорных сетей при помощи моделей регулярных круговых покрытий. Ставится задача построения наиболее эффективной сенсорной сети при заданной сложности её структуры. При этом учитывается стоимость типового сенсора и затраты на эксплуатацию сети. Размер зоны действия сенсорных устройств соответствует радиусам кругов. Сложность структуры сенсорной сети определяется количеством различных размеров кругов (одного, двух и более типов) и способом их расположения. В связи с этим, предложены принципы классификации регулярных покрытий, основанные на понятии минимального фрагмента. Представлены методы расчёта оптимального количества сенсорных устройств для ограниченных областей при заданной структуре регулярной сенсорной сети.

Ключевые слова: сенсорные сети, круговые модели покрытий, плотность покрытия, регулярная структура покрытия, оптимизация затрат.

Введение

Круговые покрытия пространственных областей являются основными моделями при проектировании беспроводных сенсорных сетей. Предположим, что зоной действия сенсора является круг. Тогда покрытие области S множеством кругов M является моделью беспроводной сенсорной сети. Каждая точка области принадлежит, по крайней мере, одному кругу покрытия. Плотность покрытия определяется отношением суммарной площади кругов множества M к площади области S . Плотность покрытия и способ расположения кругов определяют эффективность сенсорной сети. Обычно рассматриваются регулярные покрытия плоскости, структура которых локально устроена одинаковым образом. Если все круги имеют одинаковый размер, то такие покрытия задаются при помощи решёток [1]. Регулярные покрытия с различными размерами кругов

(двух и более типов) устроены более сложно (рис. 1). Плотность таких покрытий зависит не только от расположения центров кругов, но и от соотношения между радиусами [2–4]. Наиболее естественным способом описания структуры регулярных покрытий является разбиение плоскости на типовые фрагменты (плитки) с одинаковым покрытием. В этом случае плотность покрытия будет определяться плотностью покрытия одного фрагмента. Это позволяет не только строго определять характеристики покрытий, но и строить новые модели сенсорных сетей.

Отметим, что задачи о покрытии плоскости кругами «в целом» отличаются от задач покрытия ограниченных областей. Если рассматривать покрытия ограниченных областей, то наличие границ существенно усложняет точные расчёты и процесс оптимизации. В этом случае основной целью является поиск оптимального числа сенсоров, необходимых для обслуживания области. В [5] приведены алгоритмы расчётов оптимального числа сенсоров, обеспечивающих не только контроль области, но и передачу данных в сети.

При оценке количества кругов, требуемых для покрытия, можно учитывать не только площадь области, но и протяжённость границы. Так в работе [6] показано, что число $n = \lceil 2a/\sqrt{27} + 2p/(\pi\sqrt{3}) + 1 \rceil$ единичных кругов является достаточным для покрытия любой простой связной области с площадью a и периметром p . Заметим, что в данном случае круги имеют фиксированный размер, а уменьшение количества кругов достигается за счёт малой плотности покрытия.

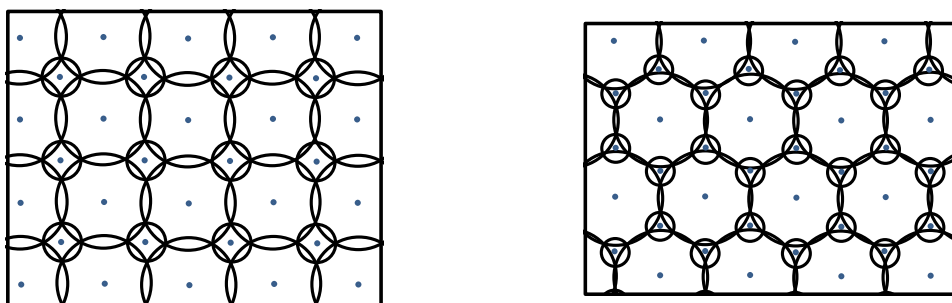


Рис. 1. Примеры регулярных покрытий плоскости кругами двух видов

При покрытии областей с границами невозможно избежать выхода кругов за границу области, но можно минимизировать возникающие потери. В [7, 8] показано, как можно строго учесть граничные эффекты для регулярных покрытий бесконечной полосы (рис. 2). В этих работах рассмотрены наиболее интересные модели покрытий кругами одного, двух и трёх видов. Для этих моделей найдены оптимальные параметры (расположение кругов и точные соотношения между радиусами), которые определяют минимальную плотность покрытия.

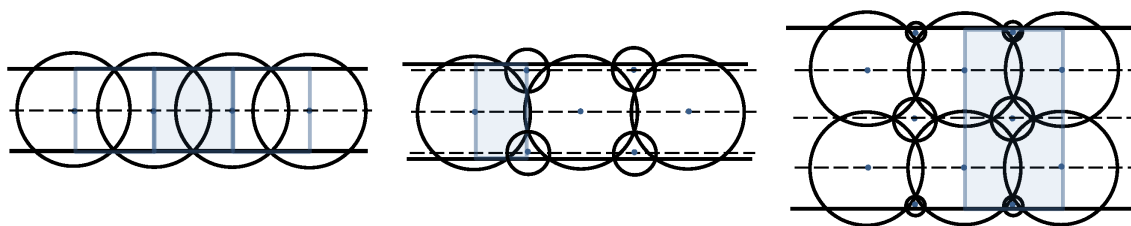


Рис. 2. Примеры регулярных покрытий полосы кругами одного, двух и трёх видов

В общем случае для ограниченных (компактных) плоских областей возможны два основных направления исследования: (1) рассматривать регулярные покрытия, приближённо учитывая искажения в приграничной части или (2) оптимизировать покрытие области при заданном количестве кругов, отказавшись от регулярности. В данной работе мы будем рассматривать задачи только первого направления для ограниченных областей заданной площади. Будем предполагать, что известна стоимость типовых сенсорных устройств, а радиус действия сенсора является регулируемым параметром. Понятно, что радиус действия сенсора соответствует мощности устройства, а мощность определяет энергетические затраты и, соответственно, эксплуатационные затраты. Такой подход позволяет достаточно точно определить количество сенсорных устройств, необходимых для экономичного мониторинга ограниченной области. Важно заметить, что принципиальная идея метода состоит в том, что пропорциональное изменение размера кругов не меняет плотность покрытия, но позволяет минимизировать стоимость и энергетические затраты. Для решения практических задач методика расчёта допускает учёт формы области и протяжённость её границы.

Настоящая работа построена следующим образом. В разделе 1 введена классификации покрытий, позволяющая однозначно определять уровень сложности структуры покрытия. Способ построения функции затрат рассмотрен в разделе 2. В разделе 3 приведены примеры оптимизации сенсорных сетей, имеющих заданные структуры с одним и двумя типами устройств. В разделе 4 приведены результаты вычислительных экспериментов. В разделе 5 дан анализ полученных результатов и определены перспективы дальнейших исследований.

1. Классификация регулярных покрытий

Для дальнейших исследований нам необходимо ввести классификацию регулярных покрытий, которая позволяет описывать структуру покрытия и определять уровень его сложности. В нашем случае структура покрытия — это способ взаимного расположения соседних кругов и соотношение между их размерами. Предложенные принципы классификации позволяют однозначно определять уровень сложности покрытия при помощи выделения минимального фрагмента.

Очевидно, что плотность покрытия всегда больше единицы. При оптимизации структуры покрытия стараются уменьшить плотность, так как это приводит

к уменьшению энергетических затрат на функционирование сенсорной сети. С другой стороны, оптимизация проводится при фиксированной сложности, так как это является существенным преимуществом проектирования и построения сенсорной сети.

Введём следующее обозначение для различных классов регулярных покрытий:

$$Cov(F : k_1/p_1, k_2/p_2, \dots, k_n/p_n),$$

где n — число различных типов кругов; k_i — число кругов вида i , участвующих в покрытии типового фрагмента F ; p_i — доли кругов вида i , покрывающих фрагмент F .

Далее будем считать, что фрагмент F является минимальным, то есть его нельзя разбить на части, которые тоже можно считать фрагментами. В этом случае обозначение позволяет однозначно восстановить геометрическую структуру покрытия. Кроме того, если фрагмент является минимальным, то значение n можно считать основным показателем уровня сложности покрытия Ln . Например, для первого покрытия с уровнем сложности $L2$, изображённого на рисунке 1, минимальным фрагментом будет прямоугольный треугольник с равными катетами (рис. 3). Обозначение покрытия будет иметь вид: $Cov(F : 1_8, 1_8)$, так как круги, покрывающие фрагмент, участвуют в его покрытии своими восьмью частями. Заметим, что знак дроби в обозначении будем опускать, чтобы запись была более удобной.

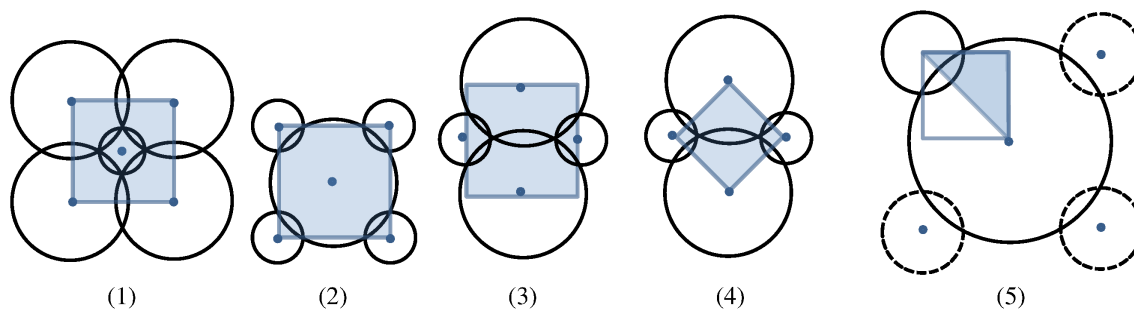


Рис. 3. Фрагменты (1)-(4) и минимальный фрагмент (5) покрытия $Cov(F : 1_8, 1_8)$

Интересно сравнить соответствующие обозначения для других фрагментов данного покрытия, изображённых на рисунке 3:

$$Cov(F_1 : 4_4, 1_1), Cov(F_2 : 1_1, 4_4), Cov(F_3 : 2_2, 2_2), Cov(F_4 : 2_4, 2_4).$$

Согласованность этих обозначений состоит в том, что соотношение между дробями остаётся одинаковым: $(k_1/p_1) : (k_2/p_2) = 1 : 1$. Это значит, что в среднем на один большой круг покрытия приходится один маленький.

Заметим, что класс покрытий с заданным фрагментом и фиксированным уровнем сложности имеет конечное число моделей с различными структурами. Структура покрытия определяется положением кругов относительно данного фрагмента, точнее положением центра круга. Если фрагмент является

k -угольником, то возможными положениями центра круга являются либо вершина, либо сторона, либо внутренняя часть. Таким образом, можно рассмотреть все комбинации для положения n центров кругов в типовом фрагменте, исследовать соответствующие структуры и определить оптимальное покрытие в заданном классе.

2. Построение типовой функции затрат на обслуживание сети

При построении типовой функции затрат для сенсорной сети будем учитывать следующие характеристики сенсорных датчиков: стоимость устройств и энергию потребления за период эксплуатации. Для ограниченных областей можно заранее выбрать эффективную структуру покрытия заданного класса и рассчитать характеристики датчиков так, чтобы затраты были минимальными.

2.1. Функции затрат для покрытий сложности $L1$

Для области площади S затраты можно определить через радиусы кругов R и их количество N . Предполагаем, что все затраты выражаются в стоимостной форме. Учитывая особенности отдельных затрат, выделим три вида:

- E_0 — разовые затраты, например, стоимость проектирования,
- E_1 — стоимость устройств и их установки,
- E_2 — затраты на работу сети за период эксплуатации.

Пусть стоимость и установка одного комплекта оборудования определяется величиной P , а эксплуатационные затраты на работу одного комплекта равны Q . Тогда функция затрат имеет вид:

$$E = E(N, P, Q) = E_0 + E_1(N, P) + E_2(N, Q).$$

Считаем, что $E_1(N, P) = NP$ и $E_2(N, Q) = NQ$. Плотность покрытия по определению равна $D = \frac{N\pi R^2}{S}$, поэтому $N = \frac{SD}{\pi R^2}$. Следовательно, общие затраты можно выразить через величину R :

$$E = E_0 + NP + NQ = E_0 + \frac{SD}{\pi R^2}(P + Q). \quad (1)$$

Показатель эксплуатационных затрат Q зависит от мощности устройства (дальности действия сигнала), поэтому с точностью до коэффициента μ он определяется через радиус круга: $Q = \mu R^\alpha$. Принято считать [1], что $\alpha \in (2, 6)$.

Учитывая (1), стоимостные затраты на проектирование и эксплуатацию сенсорной сети определяются следующей функцией:

$$E = E(R) = E_0 + \frac{SD}{\pi R^2}(P + \mu R^\alpha). \quad (2)$$

Теорема 1. Пусть для мониторинга (покрытия) области с площадью S используется регулярная структура покрытия плотности D , а затраты на

установку и эксплуатацию одного сенсорного устройства равны, соответственно, P и $Q = \mu R^\alpha$, $\alpha \in (2, 6)$. Тогда приближенная оценка оптимального радиуса действия сенсорного устройства и общего количества устройств определяется следующими соотношениями:

$$R = \left(\frac{2P}{\mu(\alpha - 2)} \right)^{1/\alpha}, \quad N \approx \frac{SD}{\pi} \left(\frac{\mu(\alpha - 2)}{2P} \right)^{2/\alpha}.$$

Доказательство. Исследуем функцию (2) на экстремум:

$$\frac{dE}{dR} = \frac{SD}{\pi} \left(P \frac{(-2)}{R^3} + \mu(\alpha - 2)R^{\alpha-3} \right).$$

Из этого соотношения определяем условие на минимум $\mu(\alpha - 2)R^\alpha = 2P$ и оптимальное значения радиуса $R = \left(\frac{2P}{\mu(\alpha-2)} \right)^{1/\alpha}$.

Учитывая, что число N целое, находим его приближенное значение:

$$N = \frac{SD}{\pi R^2} \approx \frac{SD}{\pi} \left(\frac{\mu(\alpha - 2)}{2P} \right)^{2/\alpha}. \quad (3)$$

■

Следствие 1. *Используя результаты теоремы 1, можно определить минимальные затраты на проектирование и эксплуатацию сенсорной сети по формуле (2)*

$$E_{min} = E_0 + \frac{SDP\alpha}{\pi(\alpha - 2)} \left(\frac{\mu(\alpha - 2)}{2P} \right)^{2/\alpha}.$$

Замечание 1. Если показатель α будет достаточно близким к 2, то значение радиуса будет сколь угодно большим. В этом случае для мониторинга области достаточно брать только одно сенсорное устройство.

Замечание 2. Формула (3) показывает, что число сенсоров N пропорционально не только площади области S и плотности D регулярного покрытия, но и специальному множителю, зависящему от P и α .

2.2. Построение типовой функции затрат для покрытий произвольной сложности

Пусть регулярное покрытие $Cov(F : k_1/p_1, k_2/p_2, \dots, k_n/p_n)$ состоит из n различных кругов. Тогда соотношение между числом кругов соответствующего вида для одного минимального фрагмента определяется пропорцией:

$$(k_1/p_1) : (k_2/p_2) : \dots : (k_n/p_n) = \lambda_1 : \lambda_2 : \dots : \lambda_n.$$

Величина затрат на один набор сенсорных устройств равна соответствующей сумме: $P = \lambda_1 P_1 + \lambda_2 P_2 + \dots + \lambda_n P_n$. Радиусы всех кругов можно определить через радиус «главного» круга:

$$R_1 = R, R_2 = \nu_2 R, \dots, R_n = \nu_n R, (\nu_1 = 1).$$

Пусть в покрытии области S задействовано N минимальных фрагментов. Тогда общее число кругов каждого вида определяется так: $N_1 = \lambda_1 N, N_2 = \lambda_2 N, \dots, N_n = \lambda_n N$. Далее получаем обобщённый аналог формулы (2) для функции затрат:

$$E = E_0 + NP + NQ = E_0 + N(\lambda_1 P_1 + \lambda_2 P_2 + \dots + \lambda_n P_n) + N\mu R^\alpha (\lambda_1 + \lambda_2 \nu_2^\alpha + \dots + \lambda_n \nu_n^\alpha).$$

Учитывая, что плотность покрытия равна

$$D = \frac{N\mu R^\alpha (\lambda_1 + \lambda_2 \nu_2^2 + \dots + \lambda_n \nu_n^2)}{S}, N = \frac{SD}{\pi R^2 (\lambda_1 + \lambda_2 \nu_2^2 + \dots + \lambda_n \nu_n^2)}, \quad (4)$$

выразим функцию затрат через радиус основного круга:

$$E = E_0 + \frac{SD(\lambda_1 P_1 + \lambda_2 P_2 + \dots + \lambda_n P_n)}{\pi R^2 (\lambda_1 + \lambda_2 \nu_2^2 + \dots + \lambda_n \nu_n^2)} + \frac{SDR^{\alpha-2} \mu (\lambda_1 + \lambda_2 \nu_2^\alpha + \dots + \lambda_n \nu_n^\alpha)}{\pi (\lambda_1 + \lambda_2 \nu_2^2 + \dots + \lambda_n \nu_n^2)}. \quad (5)$$

Используя данную функцию затрат, можно доказать следующий результат.

Теорема 2. Пусть для мониторинга области с площадью S используется сенсорная сеть с регулярной структурой покрытия $Cov(F : k_1/p_1, k_2/p_2, \dots, k_n/p_n)$ плотности D и определены следующие характеристики:

1. Задано соотношение между радиусами действия сенсорных устройств:

$$R_1 = R, R_2 = \nu_2 R, \dots, R_n = \nu_n R, (\nu_1 = 1);$$

2. Отношение между количествами кругов разного вида определяется пропорцией:

$$\begin{aligned} N_1 : N_2 : \dots : N_n &= (k_1/p_1) : (k_2/p_2) : \dots : (k_n/p_n) = \\ &= \lambda_1 N : \lambda_2 N : \dots : \lambda_n N = \lambda_1 : \lambda_2 : \dots : \lambda_n; \end{aligned}$$

3. Величина затрат на один набор сенсорных устройств равна $P = \lambda_1 P_1 + \lambda_2 P_2 + \dots + \lambda_n P_n$, где P_1, P_2, \dots, P_n - это затраты на соответствующие типы устройств;

4. Затраты на эксплуатацию определяются в соответствии с радиусами действий сенсорных устройств по закону $Q = \mu (\lambda_1 R_1^\alpha + \lambda_2 R_2^\alpha + \dots + \lambda_n R_n^\alpha)$, $\alpha \in (2, 6)$.

Тогда оптимальные параметры сенсорной сети определяются следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} R &= \left(\frac{2P}{\mu(\alpha-2)(\lambda_1 + \lambda_2 \nu_2^\alpha + \dots + \lambda_n \nu_n^\alpha)} \right)^{1/\alpha}, \\ N &\approx \frac{SD}{\pi} \frac{(\mu(\alpha-2)(\lambda_1 + \lambda_2 \nu_2^\alpha + \dots + \lambda_n \nu_n^\alpha))^{2/\alpha}}{(2P)^{2/\alpha} (\lambda_1 + \lambda_2 \nu_2^2 + \dots + \lambda_n \nu_n^2)}. \quad (6) \end{aligned}$$

Доказательство. Исследуя функции (5) на минимум, определяем оптимальное значение переменной R , приведённое в (6). Используя (4) и проводя ряд преобразований, можно получить требуемое соотношение для N . ■

Следствие 2. *Используя соотношения (6) и формулу (5), можно определить минимальные затраты на проектирование и эксплуатацию сенсорной сети по формуле:*

$$E = E_0 + \frac{SDP(\mu(\alpha - 2)(\lambda_1 + \lambda_2\nu_2^\alpha + \dots + \lambda_n\nu_n^\alpha))^{2/\alpha}}{\pi(\lambda_1 + \lambda_2\nu_2^2 + \dots + \lambda_n\nu_n^2)(2P)^{2/\alpha}} \cdot \left(1 + \frac{2}{(\alpha - 2)(\lambda_1 + \lambda_2\nu_2^\alpha + \dots + \lambda_n\nu_n^\alpha)}\right).$$

3. Реализация алгоритма для регулярных структур сложности $L1$ и $L2$

Покажем, как реализуются методы расчёта оптимальных параметров для конкретных регулярных покрытий. Рассмотрим четыре модели покрытий, фрагменты которых изображены на рисунке 4. В покрытиях $A - 1$ и $B - 1$ используются круги одного размера (уровень сложности $L1$), а в покрытиях $A - 2$ и $B - 2$ используются круги двух различных типов ($L2$).

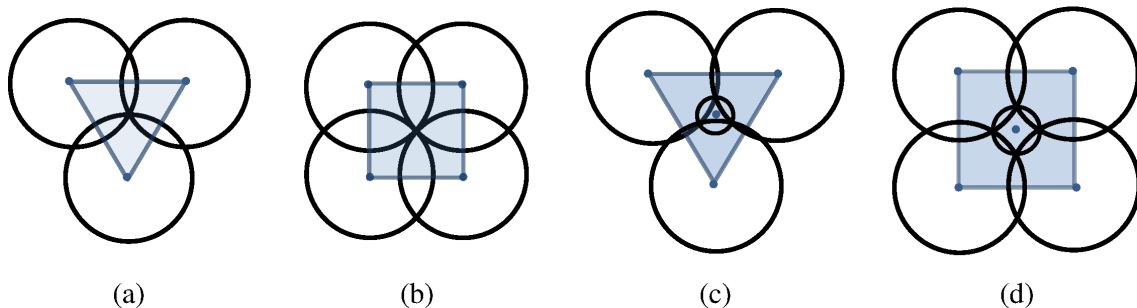


Рис. 4. Элементы покрытий. (a) Модель $A - 1$, (b) Модель $B - 1$, (c) Модель $A - 2$, (d) Модель $B - 2$

В первой модели центры трёх соседних кругов находятся в вершинах равностороннего треугольника и имеют одну общую точку. Во второй модели центры находятся в вершинах квадрата, и также имеется одна узловая точка для четырёх соседних кругов. Плотность покрытия D будет определяться отношением суммарной площади Sf частей окружностей, покрывающих этот фрагмент к площади Sp типового фрагмента.

Для модели $A - 1$ получаем

$$Sp = \frac{3\sqrt{3}R^2}{4}, \quad Sf = \frac{\pi R^2}{2}, \quad D_{A-1} = \frac{Sf}{Sp} = \frac{2\pi}{3\sqrt{3}} \approx 1,2092.$$

Для модели $B - 1$ плотность покрытия существенно выше:

$$Sp = 2R^2, \quad Sf = \pi R^2, \quad D_{B-1} = \frac{Sf}{Sp} = \frac{\pi}{2} \approx 1,5708.$$

Используя значения плотностей D_{A-1} и D_{B-1} , можно оптимизировать затраты сенсорных сетей с соответствующими структурами согласно теореме 1. При этом радиус оптимального круга $R = \left(\frac{2P}{\mu(\alpha-2)}\right)^{1/\alpha}$ не зависит от плотности покрытия, а оптимальное количество кругов определяется соотношениями:

$$N_{A-1} = \frac{SD_{A-1}}{\pi R^2} \approx \frac{2S}{3\sqrt{3}} \left(\frac{\mu(\alpha-2)}{2P}\right)^{2/\alpha}, \quad N_{B-1} = \frac{SD_{B-1}}{\pi R^2} \approx \frac{S}{2} \left(\frac{\mu(\alpha-2)}{2P}\right)^{2/\alpha}.$$

Рассмотрим более подробно модели $A - 2$ и $B - 2$. В работе [3] рассчитаны оптимальные соотношения между радиусами большего и меньшего кругов и соответствующие минимальные плотности.

Оптимальные параметры модели $A - 2$:

$$r = \frac{R}{\sqrt{31}} \approx 0,1796R; \quad Sp = \frac{27\sqrt{3}}{31}R^2; \\ Sf = \frac{33}{62}\pi R^2; \quad D_{A-2} = \frac{Sf}{Sp} = \frac{11\pi}{18\sqrt{3}} \approx 1,1084. \quad (7)$$

Оптимальные параметры модели $B - 2$:

$$r = \frac{R}{\sqrt{5}} \approx 0,4472R; \quad Sp = \frac{16}{5}R^2; \quad Sf = \frac{6}{5}\pi R^2; \quad D_{B-2} = \frac{Sf}{Sp} = \frac{3\pi}{8} \approx 1,1781. \quad (8)$$

Плотность покрытия модели $A - 2$ меньше, чем у модели $B - 2$, хотя они сравнимы по качеству. Однако модель $B - 2$ имеет преимущество за счёт более простой структуры решётки центров кругов. Более того, суммарное число кругов менее плотного покрытия $B - 2$ (больших и маленьких) будет меньше, чем у модели $A - 2$. Поэтому при некоторых соотношениях между ценами P_1 и P_2 затраты по модели $B - 2$ могут быть меньше, чем у модели $A - 2$.

Модель $A - 2$ будет принадлежать классу $Cov(F : 1_{12}, 1_6)$. Минимальный фрагмент в этом случае – прямоугольный треугольник с острыми углами по 30 и 60 градусов (рис. 5). Количество больших кругов покрытия в два раза меньше, чем маленьких, так как: $(1/12) : (1/6) = 1 : 2$. Для модели покрытия $B - 2$ класса $Cov(F : 1_8, 1_8)$ соотношение между количествами разных кругов одинаковое: $(1/8) : (1/8) = 1 : 1$.

Предложение 1. Пусть для мониторинга области с площадью S используется сенсорная сеть с регулярной структурой покрытия $Cov(F : 1_{12}, 1_6)$, соответствующей модели $A - 2$. Тогда оптимальные параметры сенсорной сети определяются следующими соотношениями: $R_1 = R$, $R_2 = \frac{R}{\sqrt{31}}$, $N_1 = N$,

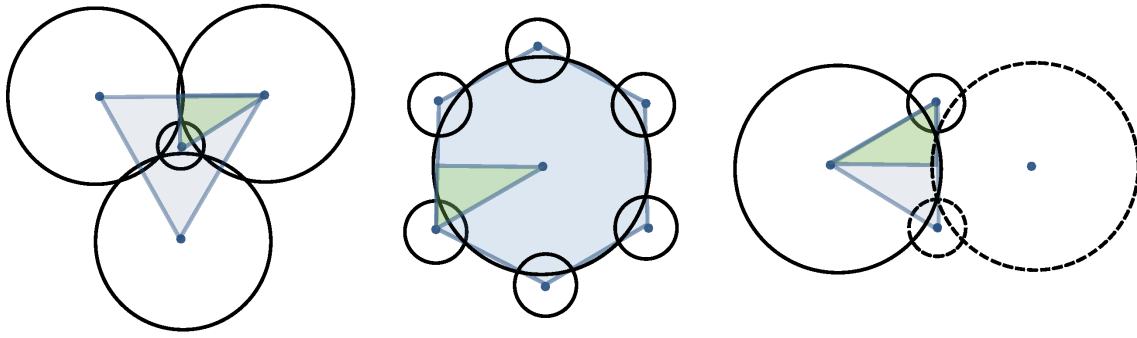


Рис. 5. Варианты плиток и минимальный фрагмент для Модели А – 2

$N_2 = 2N$, где

$$R = \left(\frac{2(P_1 + 2P_2)}{\mu(\alpha - 2)(1 + 2 \cdot 31^{-\alpha/2})} \right)^{1/\alpha},$$

$$N \approx \frac{11S}{18\sqrt{3}} \left(\frac{\mu(\alpha - 2)(1 + 2 \cdot 31^{-\alpha/2})}{2(P_1 + 2P_2)(33/31)} \right)^{2/\alpha}. \quad (9)$$

Предложение 2. Пусть для мониторинга области с площадью S используется сенсорная сеть с регулярной структурой покрытия $Cov(F : 1_8, 1_8)$, соответствующей модели $B - 2$. Тогда оптимальные параметры сенсорной сети определяются следующими соотношениями: $R_1 = R$, $R_2 = \frac{R}{\sqrt{5}}$, $N_1 = N_2 = N$, где

$$R = \left(\frac{2(P_1 + P_2)}{\mu(\alpha - 2)(1 + 5^{-\alpha/2})} \right)^{1/\alpha}, \quad N \approx \frac{3S}{8} \left(\frac{\mu(\alpha - 2)(1 + 5^{-\alpha/2})}{2(P_1 + P_2)(6/5)} \right)^{2/\alpha}. \quad (10)$$

Доказательство. В случае модели $A - 2$ можно взять $\lambda_1 = 1$ и $\lambda_2 = 2$. Учитывая соотношение между радиусами (7), $\nu_2 = 1/\sqrt{31}$. Далее по теореме 2 при $n = 2$ получаем требуемое утверждение 1.

В случае модели $B - 2$ можно взять $\lambda_1 = 1$ и $\lambda_2 = 1$. Из соотношений (8) определяем значение $\nu_2 = 1/\sqrt{5}$. По теореме 2 получаем доказательство утверждения 2. ■

Приведём пример, когда модель $B - 2$ лучше, чем модель $A - 2$. При $E_0 = 0, P_1 = P_2 = 1, \mu = 1, \alpha = 4, S = 100$ получаем:

$$R_{A-2} \approx 1,3157, r_{A-2} \approx 0,2363, N_{A-2}^{(1)} = 197, N_{A-2}^{(2)} = 2N_{A-2}^{(1)} = 394, E_{A-2} \approx 1163;$$

$$R_{B-2} \approx 1,1776, r_{B-2} \approx 0,5266, N_{B-2}^{(1)} = N_{B-2}^{(2)} = 247, E_{B-2} \approx 884;$$

4. Численный эксперимент

Проведём вычислительный эксперимент для проверки точности работы алгоритма. В качестве регулярной структуры сенсорной сети выберем модель $A - 2$

с плотностью покрытия из (7): $D_{A-2} \approx 1,1084$. Дадим фиксированные значения показателям: $\alpha = 4, \mu = 1$ и $P_1 = P_2 = 1$. Размеры радиусов действия сенсоров, которые не зависят от размеров области мониторинга, вычисляем по формулам (9) и (7): $R = 1,3157, r = 0,2663$. Найденные размеры кругов используем для построения регулярной сети на достаточно большом трафарете. Для разных значений площади области будем вычислять теоретические значения числа сенсоров. Выберем пять значений для круговой области S , соответственно, с диаметрами 12, 14, 16, 18, и 20 (см. таблицу 1). Далее для области с площадью S (заданной в соответствующем масштабе) выполняем по одной серии из десяти численных экспериментов:

1. Случайным образом накладываем область на трафарет с регулярной структурой (или трафарет на область);
2. Отбираем круги, участвующие в покрытии области, и вычисляем их количество N ;
3. Полученные данные сравниваем с теоретическими показателями, оцениваем относительное отклонение.

Таблица 1. Данные вычислительного эксперимента

№ \ S	113,1	153,9	201,6	254,5	314,2
1	26	35	42	52	64
2	25	34	43	51	62
3	26	33	44	50	63
4	26	35	40	53	61
5	27	34	41	50	64
6	27	35	42	51	63
7	25	33	42	50	62
8	27	34	43	52	61
9	26	35	45	53	63
10	27	34	43	52	62
N_{cp}	26,2	34,2	42,5	51,4	62,5
N_t	23	31	40	51	63
$(N_{cp} - N_t)/N_t$	0,14	0,10	0,06	0,0078	0,0079

Для сравнительно небольших областей (относительно радиуса действия сенсоров) ошибка составляет примерно 10%. При увеличении области ошибка быстро уменьшается и становится менее 1%.

Дополнительно можно сравнить вычислительные значения функции затрат при других значениях R и убедиться в эффективности расчётного алгоритма.

5. Заключение

Покрывающая эффективность (coverage efficient) для моделей второго уровня зависит не от размера радиусов кругов, а от их отношения. Поэтому за счёт изменения размера кругов при заданном отношении радиусов можно оптимизировать затраты на эксплуатацию. В данной работе показана возможность реализации предложенного подхода для определения количества сенсорных устройств и выбора оптимальных радиусов действия. Оценка оптимальных размеров кругов зависит от баланса эксплуатационных и монтажных затрат. Если стоимость монтажных работ растёт, то радиус действия сенсорного устройства целесообразно увеличивать. Если же увеличивается стоимость эксплуатационных затрат (коэффициента μ), то радиус уменьшается.

Для проверки адекватности предложенной модели были проведены численные эксперименты. Эксперимент заключался в том, что на заданную область «накладывалось» регулярное покрытие и отбирались круги, участвующие в покрытии области. Сравнительный анализ показал практическое совпадение теоретических и вычислительных значений. Показано, что при увеличении площади области относительная ошибка расчётных показателей уменьшается.

Предложенная методика хорошо работает для выпуклых областей с относительно небольшим периметром. Критерием отклонения может служить величина $W = P^2/(4\pi S)$. Для круговой области критерий W принимает значение 1. Для других же областей эта величина увеличивается в зависимости от «растягивания» области. Заметим, что в любом случае можно получить гарантированную оценку для числа сенсорных устройств, добавив к области слой толщины ϵ (порядка сенсорного радиуса). Гарантированная оценка получится, если в расчёты подставить площадь увеличенной области, которая определяется по формуле: $S^* = S + P\epsilon + \pi\epsilon^2$. В следующих работах мы собираемся более подробно исследовать эту тему.

ЛИТЕРАТУРА

1. Wu J., Yang S. Energy-Efficient Node Scheduling Models in Sensor Networks with Adjustable Ranges // Int. J. of Foundations of Computer Science. 2005. N. 6(1). P. 3–17.
2. Cardei M. Improving Network Lifetime using Sensors with Adjustable Sensing Ranges // Int. J. of Sensor Networks. 2006. N. 1. P. 41–49.
3. Астраков С.Н., Ерзин А.И., Залубовский В.В. Сенсорные сети и покрытие плоскости кругами // Дискретный анализ и исследование операций. 2009. № 3. С. 3–19.
4. Zalubovsky V., Astrakov S., Erzin A., Choo H. Energy-efficient Area Coverage by Sensors with Adjustable Ranges // Sensors. 2009. N. 9(4). P. 2446–2460.
5. Zhang H., Hou J.C. Maintaining Sensing Coverage and Connectivity in Large Sensor Networks // Ad Hoc and Sensor Networks. 2005. V. 1. P. 89–124.
6. Hadwiger H. Uberdeckungen ebener bereiche durch kreise und quadrate // Comment. Math. Helv. 1940–1941. N. 13. P. 195–200.

7. Erzin A., Astrakov S. Min-Density Stripe Covering and Applications in Sensor Networks // International Conference on Computational Science and Applications, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg. 2011. Part III. P. 152–162.
8. Астраков С.Н., Ерзин А.И. Сенсорные сети и покрытие полосы эллипсами // Вычислительные технологии. 2013. Т. 18, № 2. С. 3–17.

BUILDING COST-EFFECTIVE SENSOR NETWORKS

S.N. Astrakov^{1,2}

Ph.D. (Phys.-Math.), Associate Professor, e-mail: astrakov90@gmail.com

A.G. Kvashnin¹

Ph.D. (Phys.-Math.), e-mail: kvashninag@kti.sbras.ru

L.A. Korolenko¹

Software Engineer, e-mail: lakorolenko@gmail.com

¹Institute of Computational Technologies, Siberian Branch of Russian Academy of Science

²Novosibirsk National Research State University

Abstract. In this paper, we present methods for designing wireless sensor networks with the use of models of the regular circular coverage. The problem dealt with in this work is building the most efficient sensor network at a given complexity of its structure. When solving this problem, the cost of a typical sensor and expenses to run the sensor network are taken into account. The size of the effective area of sensors corresponds to radii of circles. Complexity of the structure of a sensor network is defined by the number of different sizes of circles (one, two or more types) and by a method of positioning the circles. Accordingly, principles of classification of the regular coverage are offered which are based on a notion of the minimum fragment. Methods of calculating optimum number of sensors for bounded regions at a given structure of the regular sensor network are presented.

Keywords: sensor networks, circular models of coverage, density of coverage, regular structure of coverage, cost optimization.

Дата поступления в редакцию: 14.03.2017