Математические структуры и моделирование
2017. № 2(42). С. 88–93

УДК 004.93 + 616.12

FRIS-КОМПАКТНОСТЬ ГРУПП ПАЦИЕНТОВ С АРТЕРИАЛЬНОЙ ГИПЕРТЕНЗИЕЙ

В.А. Шовин
научный сотрудник, e-mail: v.shovin@mail.ru

Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН (Омский филиал)

Аннотация. С помощью функции FRiS вычисляется компактность групп пациентов с артериальной гипертензией до и после физиотерапии. С помощью альтернативного (функции FRiS) подсчёта количества ближайших соседей объектов каждой группы определяется «обороноспособность» групп пациентов. В статье предложена специальная функция FRiS, повышающая статистическую достоверность оценок компактности классов. В результате вычислений оказалось, что часть пациентов из группы «после» физиотерапии выделилась в компактную группу, в то время как объекты третьей, оставшейся, части оказались не защищены объектами своей группы. С медицинской точки зрения это, видимо, можно интерпретировать как положительный эффект от лечения для части пациентов.

Ключевые слова: функция FRiS-компактности, артериальная гипертензия.

Введение

Одной из мер оценки сходства между объектами является функция конкурентного сходства или FRiS-функция [1, 2]. Эта функция позволяет оценить, какой из двух объектов ближе к данному объекту. Сумма значений таких функций позволяет оценить компактность всей группы объектов данного класса. Другим способом оценки компактности и «обороноспособности объектов» группы является вычисление количества ближайших объектов разных классов для объектов данного класса.

В данной работе изучается эффективность физиотерапии для лечения артериальной гипертензии начальной стадии на основе значений различных показателей пациентов групп «до» и «после» проведенного лечения.

Вычисление FRiS-компактности групп пациентов до и после лечения, а также оценка «обороноспособности» групп позволяет оценить эффективность физиотерапии с точки зрения гипотезы обособления или изоляции (гипотеза компактности) пациентов группы «после лечения» в многомерном пространстве показателей. С точки зрения гипотезы компактности объекты одного класса образуют в признаковом пространстве обособленный сгусток [3].

1. Функция конкурентного сходства

Пусть задано евклидово расстояние между точками x, y в многомерном вещественном пространстве: $r(x, y)$. Тогда функция FRiS определяется по формуле:

$$F(z, a|\, b) = \frac{r(z, b) - r(z, a)}{r(z, b) + r(z, a)}.$$

Основные свойства функции FRiS:

если $r(z, b) = 0$, то $F(z, a|\, b) = -1$;

$r(z, a) = 0$, то $F(z, a|\, b) = 1$;

$r(z, b) = r(z, a)$, то $F(z, a|\, b) = 0$.

2. FRiS-компактность

Пусть даны два класса объектов $A = \{a_i\}$ и $B = \{b_i\}$. $S_A(x)$ — ближайший к x объект класса A, $S_B(x)$ — ближайший к x объект класса B. Тогда компактность класса A, определяется по формуле:

$$C_{A|B} = \frac{1}{N_A} \sum_{i=1}^{N_A} F(a_i, S_A(a_i)|\, S_B(a_i)),$$

N_A – число объектов класса A.

Альтернативной оценкой компактности класса является подсчёт ближайших соседей различных классов. Так, для каждого объекта класса определяется ближайший объект, ведётся подсчёт таких ближайших объектов класса A и класса B.

3. Обобщённая FRiS-компактность

Чтобы повысить статистическую достоверность оценки компактности класса, можно ввести специальную функцию конкурентного сходства.

Специальная функция FRiS определяется по формуле:

$$F(z, (a_1, a_2, \ldots, a_k)|\, (b_1, b_2, \ldots, b_k)) = \frac{\sum_{i=1}^{k} r(z, b_i) - \sum_{i=1}^{k} r(z, a_i)}{\sum_{i=1}^{k} r(z, b_i) + \sum_{i=1}^{k} r(z, a_i)}.$$

Следует заметить, что специальная функция FRiS не выражается через сумму простых функций FRiS. Так, для подсчёта компактности $C_{A|B}$ в аргументы специальной функции FRiS нужно подставить k ближайших объектов каждого класса. Соответственно, обобщённой альтернативной оценкой компактности класса является подсчёт k ближайших соседей различных классов. Так, для каждого объекта класса определяется k ближайших объектов, ведётся подсчёт таких ближайших объектов класса A и класса B.

При подсчёте функции FRiS возможно использовать вместо евклидова расстояния $r(x, y)$ расстояние λ гипотезы λ-компактности [3].

4. λ-расстояние

Однородность расстояний между соседними точками в различных классах служит основанием гипотезы λ-компактности. Соответствующее λ-расстояние учитывает нормированное расстояние d между элементами множества и характеристику τ локальной плотности множества в окрестностях этих элементов.

Пусть D — самое большое расстояние между всеми парами точек множества. Тогда $d = \frac{r(x,y)}{D}$.

Пусть $\beta_{\min}$ — наименьшее из расстояний от точек x и y до ближайших точек кроме них самих. Пусть $\tau^* = \frac{r(x,y)}{\beta_{\min}}$. Пусть $\tau_{\max}$ — наибольшее τ^* между всеми парами точек множества. Тогда локальная неоднородность плотности множества в окрестностях точек x, y равна $\tau = \frac{\tau^*}{\tau_{\max}}$.

Величина $\lambda = f(\tau, d)$ называется λ-расстоянием между точками x, y. Наилучшее совпадение экспертных суждений с формальными получается в том случае, если в качестве меры расстояния используется $\lambda = d \cdot \tau^2$.

На точках множества в λ-метрике возможно построить *кратчайший незамкнутый путь* (λ-КНП), например, по алгоритму Прима [4, 5]. λ-КНП-расстоянием между двумя любыми точками будем считать сумму λ-расстояний между парами точек, по которым проходит путь между ними по λ-КНП.

5. Численный эксперимент

В качестве исходных параметров были взяты 38 биофизических показателей для 131 лица с артериальной гипертензией начальной стадии до (A) и после (B) физиотерапии. Некоторые из них:

1) *вес,*
2) *индекс массы тела (ИМТ),*
3) *частота дыхания (ЧД),*
4) *сегментоядерные нейтрофилы (С),*
5) *лимфоциты (Л),*
6) *конечно-систолический размер левого желудочка (КСР),*
7) *конечно-систолический объём левого желудочка (КСО),*
8) *конечно-диастолический размер левого желудочка (КДР),*
9) *конечно-диастолический объём левого желудочка (КДО),*
10) *ударный объём (УО),*
11) *минутный объём сердца (МОС),*
12) *общее периферическое сосудистое сопротивление (ОПСС),*
13) *индекс Хильдебрандта (ИХ),*
14) *фракция выброса левого желудочка (ФВ),*
15) *фракция укорочения левого желудочка (ФУ).*

Результаты вычислений FRiS-компактности классов по евклидову расстоянию:
компактность класса A: 0.0202,
компактность класса B: 0.0484,
количество ближайших соседей класса A для класса A: 78,
количество ближайших соседей класса B для класса A: 53,
количество ближайших соседей класса B для класса B: 84,
количество ближайших соседей класса A для класса B: 47.

Результаты вычислений FRiS-компактности классов по λ-расстоянию:
компактность класса A: 0.0196,
компактность класса B: 0.0444,
количество ближайших соседей класса A для класса A: 77,
количество ближайших соседей класса B для класса A: 54,
количество ближайших соседей класса B для класса B: 81,
количество ближайших соседей класса A для класса B: 50.

Результаты вычислений FRiS-компактности классов по λ-КНП-расстоянию:
компактность класса A: 0.0199,
компактность класса B: 0.0562,
количество ближайших соседей класса A для класса A: 69,
количество ближайших соседей класса B для класса A: 62,
количество ближайших соседей класса B для класса B: 92,
количество ближайших соседей класса A для класса B: 39.

Обобщённые оценки компактности классов при подсчёте k=5 ближайших объектов по евклидову расстоянию:
компактность класса A: 0.0173,
компактность класса B: 0.0373,
количество ближайших соседей класса A для класса A: 75,
количество ближайших соседей класса B для класса A: 56,
количество ближайших соседей класса B для класса B: 88,
количество ближайших соседей класса A для класса B: 43.

Обобщённые оценки компактности классов при подсчёте k=5 ближайших объектов по λ-расстоянию:
компактность класса A: 0.0189,
компактность класса B: 0.0358,
количество ближайших соседей класса A для класса A: 75,
количество ближайших соседей класса B для класса A: 56,
количество ближайших соседей класса B для класса B: 83,
количество ближайших соседей класса A для класса B: 48.

Обобщённые оценки компактности классов при подсчёте k=5 ближайших объектов по λ-КНП-расстоянию:

компактность класса A: 0.0022,

компактность класса B: 0.0227,

количество ближайших соседей класса A для класса A: 61,

количество ближайших соседей класса B для класса A: 70,

количество ближайших соседей класса B для класса B: 91,

количество ближайших соседей класса A для класса B: 40.

На базе обобщённых оценок компактности классов по евклидову расстоянию можно сделать следующие выводы. Количество объектов (56 – 43) = 13 характеризует различную плотность классов А и В при *проникновении* объектов различных классов друг в друга. Класс В проявляет большую *внешнюю* плотность, так как захватил на 13 объектов больше. 43 объекта класса В (условно здоровые) захвачены объектами класса А, и 56 объектов класса А (пациенты с АГ) захвачены объектами класса В. 75 объектов класса А находятся внутри класса А, и 88 объектов класса В находятся среди класса В. Количество объектов (88 – 75) = 13 характеризует большую *внутреннюю* плотность класса В, чем класса А. Объекты класса В захватили больше как своих, так и чужих объектов. В целом класс В имеет большее значение критерия альтернативной компактности. Значение данного критерия для класса В можно определить равным (88 + 56) = 144, и для класса А равным (75 + 43) = 118. Альтернативная компактность класса В больше класса А на (144 – 118) = 26. Аналогичные отношения характеристик наблюдаются при их вычислении по λ-расстоянию и λ-КНП-расстоянию.

Различная компактность классов может быть следствием различной плотности классов. Объекты класса В имеют меньшую дисперсию показателей [6].

Интерпретируя эти результаты вычислений, можно сделать следующий вывод.

Скорее всего, есть подгруппа в группе «после лечения», которая оказалась компактной и защищённой объектами своего класса, в то время как примерно третья часть объектов группы «после лечения» оказалась разбросанной среди объектов до лечения.

С медицинской точки зрения, скорее всего, есть подгруппа «вылечившихся», т. е. медицинский эффект от лечения которых привёл их к выделению из группы пациентов, в то время как некоторые пациенты показывают *отсутствие эффекта от лечения* [6].

Заключение

Предложена специальная функция FRiS, повышающая статистическую достоверность оценок компактности классов. Вычисление FRiS-компактности групп пациентов до и после физиотерапии, а также подсчёт ближайших соседей

этих классов показали отсутствие эффекта от лечения для третьей части пациентов с артериальной гипертензией начальной стадии. В то время как оставшаяся половина пациентов показала компактность и изолированность, что можно интерпретировать как положительный эффект от лечения для части пациентов.

Литература

1. Аркадьев А.Г. Браверман Э.М. Обучение машины распознаванию образов. М. : Наука, 1964.
2. Воронин Ю.А. Введение мер сходства и связи для решения геолого-географических задач // Докл. АН СССР. 1971. Т. 199, № 5. С. 1011–1015.
3. Загоруйко Н.Г. Кратчайшие связывающие сети и некоторые обобщения // Кибернетический сб. 1961. № 2. С. 95–107.
4. Прим З.Л. Прикладные методы анализа данных и знаний. Новосибирск : Изд-во Ин-та математики, 1999. 270 с.
5. Шовин В.А. Конфирматорная факторная модель артериальной гипертензии // Компьютерные исследования и моделирование. 2012. Т. 4, № 4. С. 885–894.
6. Шовин В.А. Структурное, энтропийное моделирование и корреляционный анализ артериальной гипертензии // Математические структуры и моделирование. 2016. № 4(40). С. 81–89.

FRIS COMPACTNESS OF GROUPS OF PATIENTS WITH HYPERTENSION

V.A. Shovin
Scientist Researcher, e-mail: v.shovin@mail.ru

Sobolev Institute of Mathematics Siberian Branch of the Russian Academy Sciences

Abstract. The compactness of groups of patients with hypertension before and after physiotherapy calculates by FRiS function. The "defenses" of groups of patients is determined by counting the number of nearest neighbors of each group of objects that alternate FRiS function. The article offers a special FRiS function that improves the accuracy of statistical estimates of the compactness of classes. As the result of the calculations, it turned out that from the group of the patients "after physical therapy" a compact group is allocated, while the objects of the third part were not protected by objects of the own group. From a medical point of view, it seems to be interpreted as a positive effect of treatment for some patients.

Keywords: FRiS compact function, hypertension.

Дата поступления в редакцию: 06.02.2017