

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТРАЕКТОРИИ ДВИЖЕНИЯ ПРИЁМНИКА СИСТЕМЫ ОБНАРУЖЕНИЯ НЕСАНКЦИОНИРОВАННО УСТАНОВЛЕННОЙ ТОЧКИ БЕСПРОВОДНОГО ДОСТУПА

Д.Н. Лавров

к.т.н., доцент, e-mail: dmitry.lavrov72@gmail.com

А.А. Кондюрина

магистрант, e-mail: a.kondyurina@gmail.com

Омский государственный университет им. Ф.М. Достоевского

Аннотация. В работе представлено построение и исследование динамической системы, описывающей траекторию наблюдателя по измерениям ускорений, которые в свою очередь являются оценкой неизвестного управления. Задача возникла при построении системы обнаружения несанкционированно установленных точек беспроводного доступа внутри помещений. Исследована наблюдаемость системы, исследована работа фильтра Калмана и оптимального сглаживания. Предложены эвристические методы восстановления траектории движения. Проведено компьютерное моделирование работы предложенных алгоритмов.

Ключевые слова: фильтр Калмана, сглаживание, позиционирование, беспроводные точки доступа.

Введение

В рамках разработки проекта обнаружения несанкционированно установленных точек беспроводного доступа с поддержкой стандартов 802.11 была разработана математическая модель получения оценки координат по измерениям мощности излучения точки беспроводного доступа с нескольких разнесённых точек наблюдения [2]. Было проведено компьютерное имитационное моделирование процесса определения координат точки беспроводного доступа. С результатами можно ознакомиться в [3]. С помощью компьютерного эксперимента найдена примерная зависимость точности от количества точек наблюдения. Очевидно, что точность растёт с ростом точек наблюдения. В случае стационарно несанкционированно установленной точки доступа с поддержкой стандартов 802.11, не меняющей своего положения, можно обойтись одним перемещающимся наблюдателем (приёмником). Но в этом случае необходимо точно отслеживать траекторию движения наблюдателя и измерения мощностей источника излучения вдоль траектории движения.

Для решения ряда задач, таких как построение карты покрытия точки беспроводного доступа, обнаружение точек беспроводного доступа и вычисление их координат, также требуется позиционировать наблюдателя этих сигналов. Для подвижного наблюдателя необходимо знать, где он находится в каждый момент, когда производится измерение. Таких способов описано несколько [4].

Современные мобильные устройства снабжены датчиками, которые теоретически должны обеспечивать отслеживание траектории движения владельца. В частности система GPS обеспечивает достаточно точное позиционирование. Но в помещениях сигналы спутников принимаются плохо, и позиционирование внутри помещений с помощью этой системы затруднено.

Возникает задача построения траектории движения владельца мобильного устройства только лишь по данным гироскопа и акселерометра. В системе Android при наличии обоих датчиков возможно получать линейные ускорения вдоль трёх пространственных осей.

Задача может решаться в нескольких постановках.

Первая постановка задачи. Дана последовательность измерений линейных ускорений с трёхосевого акселерометра и начальное положение объекта. Задача: построить траекторию движения объекта.

Вторая постановка задачи. Дана последовательность измерений линейных ускорений с трёхосевого акселерометра – начальная и конечная точки траектории. Задача: построить траекторию движения объекта.

Для решения задачи в этих двух постановках необходимо построить динамическую систему измерений и исследовать её.

1. Построение динамической системы в пространстве состояний

Согласно второму закону Ньютона:

$$F = m\ddot{r},$$

где F — сила, действующая на объект; m — масса объекта; $r = (x, y, z)'$ — координаты объекта (' — транспонирование).

Без ограничения общности и для упрощения вывода формул можем ограничиться одной координатой, например, x . Тогда

$$F(t) = m\ddot{x}(t),$$

или в развёрнутом виде:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = v(t) \\ \dot{v}(t) = a(t) = F(t)/m \\ \dot{a}(t) = g(t), \end{cases}$$

где $v(t)$ — скорость объекта, $a(t)$ — ускорение, $g(t) = \frac{da}{dt} = \frac{dF(t)}{m \cdot dt}$.

Переход в пространство состояний можно осуществить, введя вектор состояния следующего вида:

$$X(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \\ \ddot{x}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x(t) \\ v(t) \\ a(t) \end{bmatrix}.$$

Тогда уравнение динамики системы можно представить в виде:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{v}(t) \\ \dot{a}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \\ \ddot{x}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} g(t).$$

Изменение ускорений, описываемое функцией $g(t)$, неизвестно, но может быть оценено при известных ускорениях, так как

$$g(t) = \frac{da}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{a(t) - a(t - \Delta t)}{\Delta t},$$

то есть

$$\Delta t \cdot g(t) \approx a(t) - a(t - \Delta t).$$

Исходя из постановки задачи эти ускорения известны и поступают от акселерометров. Измерительная система, получающая эти ускорения, может быть описана следующим уравнением наблюдения:

$$Z(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \\ \ddot{x}(t) \end{bmatrix} + \nu(t),$$

где $\nu(t)$ — шум наблюдения, представляющий собой белый гауссовский шум с нулевым математическим ожиданием и дисперсией σ^2 ; $Z(t)$ — наблюдение системы, зашумлённые измерения ускорений.

Собрав всё выше представленное, получаем следующие уравнения динамической системы в пространстве состояний в матричной форме:

$$\dot{X}(t) = F \cdot X(t) + C \cdot g(t) \tag{1}$$

$$Z(t) = H_1 \cdot X(t) + \nu(t), \tag{2}$$

где $F = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$, $H_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.

2. Дискретизация системы

Для дискретизации системы необходимо найти переходную матрицу состояния. Для систем с постоянной матрицей F она вычисляется по формуле (2-26) из [1]:

$$\Phi_1(t, \tau) = e^{F(t-\tau)} = I + F(t-\tau) + \frac{F^2(t-\tau)^2}{2} + \dots,$$

где I — единичная матрица соответствующей размерности.

Найдём степени F :

$$F^1 = F = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$F^2 = F \cdot F = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$F^3 = F^2 \cdot F = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Следовательно,

$$\Phi_1(t_k, \tau) = I + F(t_k - \tau) + \frac{F^2(t_k - \tau)^2}{2} = \begin{bmatrix} 1 & \Delta t & \Delta t^2/2 \\ 0 & 1 & \Delta t \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

где $\Delta t = t_k - \tau = \text{const}$. Заметим, что в таком случае полученная матрица не зависит от времени, поэтому будем её обозначать в дальнейшем как Φ_1 .

Найдём переходную матрицу управления по формуле (2-33) [1]:

$$\begin{aligned} \Psi(k+1, k) &= \int_{t_{k-1}}^{t_k} \Phi_1(t_k, \tau) C(\tau) d\tau = \int_{t_{k-1}}^{t_k} \begin{bmatrix} 1 & \Delta t & \Delta t^2/2 \\ 0 & 1 & \Delta t \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} d\tau = \\ &= \int_{t_{k-1}}^{t_k} \begin{bmatrix} \frac{(t_k - \tau)^2}{2} \\ (t_k - \tau) \\ 1 \end{bmatrix} d\tau = \begin{bmatrix} -\frac{(t_k - \tau)^3}{6} \\ -\frac{(t_k - \tau)^2}{2} \\ \tau \end{bmatrix} \Big|_{t_{k-1}}^{t_k} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ t_k \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -\Delta t^3/6 \\ -\Delta t^2/3 \\ t_{k-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta t^3/6 \\ \Delta t^2/3 \\ \Delta t \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Будем считать, что $a(t)$ кусочно-постоянная на интервалах дискретизации,

тогда $g(t_k) \cdot \Delta t = a(t_k) - a(t_{k-1}) = a(k+1) - a(k) = g(k) \cdot \Delta t$. Кроме того, имеем

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \Delta t^3/6 \\ \Delta t^2/3 \\ \Delta t \end{bmatrix} \cdot g(k) &= \begin{bmatrix} \Delta t^2/6 \\ \Delta t/3 \\ 1 \end{bmatrix} \Delta t \cdot g(k) = \begin{bmatrix} \Delta t^2/6 \\ \Delta t/3 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot [a(k+1) \ a(k)] = \\ &= \begin{bmatrix} \Delta t^2/6 \\ \Delta t/3 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot [1 \ -1] \cdot \begin{bmatrix} a(k+1) \\ a(k) \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} \Delta t^2/6 & -\Delta t^2/6 \\ \Delta t/3 & -\Delta t/3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a(k+1) \\ a(k) \end{bmatrix} = \Psi_1 \cdot \begin{bmatrix} a(k+1) \\ a(k) \end{bmatrix} = \Psi_1 \cdot u(k). \end{aligned}$$

Введя обозначения $X(t_k) = X(k+1)$, получим дискретные уравнения динамики системы и наблюдения:

$$X(k+1) = \begin{bmatrix} 1 & \Delta t & \Delta t^2/2 \\ 1 & 1 & \Delta t \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} X(k) + \begin{bmatrix} \Delta t^2/6 & -\Delta t^2/6 \\ \Delta t/3 & -\Delta t/3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a(k+1) \\ a(k) \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$Z(k+1) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} X(k+1) + \nu(k+1). \quad (4)$$

или в векторно-матричной форме:

$$X(k+1) = \Phi_1 X(k) + \Psi_1 u(k) \quad (5)$$

$$Z(k+1) = H_1 X(k+1) + \nu(k+1). \quad (6)$$

3. Наблюдаемость системы

Исследуем наблюдаемость полученной системы. Согласно следствию 2.2 [1, стр. 63] для полной наблюдаемости необходимо, чтобы ранг матрицы

$$[H_1' \ \Phi_1' H_1' \ (\Phi_1^2)' H_1']$$

был равен размерности вектора состояния, в нашем случае равный 3. К сожалению, ранг указанной матрицы меньше трёх. Действительно,

$$\text{rank} [H_1' \ \Phi_1' H_1' \ (\Phi_1^2)' H_1'] = \text{rank} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = 1.$$

Это означает, что полностью восстановить вектор состояния по одним лишь наблюдениям невозможно. Остаётся лишь возможность отследить вектор состояния, начиная с начальной точки траектории движения. Либо оценить траекторию по данным начальной и конечной точкам траектории. Необходимо также знать оценку вектора состояния в этих точках.

Ситуация ухудшается ещё и тем, что в действительности вектор управления известен неточно, но может быть получена его оценка, смешанная с аддитивным шумом наблюдения. Вектор управления можем оценить по наблюдениям $Z(t)$, которые и являются зашумлёнными компонентами управления $u(k) = [a(k+1) \ a(k)]'$. Условия теоремы об оптимальной фильтрации при этом будут нарушены.

В следующем разделе более подробно будет рассмотрен этот вопрос и предложено решение по устранению этой проблемы.

4. Устранение корреляции шумов системы и наблюдения

Для оценки состояния модели необходимо знать начальный вектор состояния. Будем считать его нулевым, что соответствует неподвижности объекта в начальный момент времени. Далее можем построить траекторию согласно уравнениям динамики по полученным измерениям вектора управления

$$\hat{u}(k) = [Z(k+1) \ Z(k)]' = [a(k+1) \ a(k)]' + [\nu(k+1) \ \nu(k)]' = u(k) + w(k).$$

Подставив эту оценку в уравнение динамики (5), получим:

$$X(K+1) = \Phi_1 X(k) + \Psi_1 u(k) + \Psi_1 w(k),$$

где $w(k) = [\nu(k+1) \ \nu(k)]'$. Откуда видно, что шумы наблюдения и шумы системы коррелируют. Для устранения этого недостатка (нарушены условия теоремы об оптимальной фильтрации [1, Т5-5]) воспользуемся методом расширения пространства состояний [1, раздел 5.4].

Введём расширенный вектор состояния (расширим пространство состояний):

$$Y(k) = \begin{bmatrix} X(k) \\ w(k) \end{bmatrix}.$$

Заметим, что

$$\begin{bmatrix} \nu(k+2) \\ \nu(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nu(k+1) \\ \nu(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \nu(k+2);$$

или в матричном виде

$$w(k+1) = \Phi_2 \cdot w(k) + \Gamma_2 \cdot \eta_1(k),$$

$$\text{где } \eta_1(k) = \nu(k+2), \ w(k) = [\nu(k+1) \ \nu(k)]', \ \Phi_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \ \Gamma_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Используя вновь введённые обозначения, получим следующую модель в пространстве состояний:

$$Y(k+1) = \left[\begin{array}{c|c} \Phi_1 & \Psi_1 \\ \hline 0 & \Phi_2 \end{array} \right] \cdot Y(k) + \left[\begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \hline \Gamma_2 \end{array} \right] \cdot v(k+2) + \left[\begin{array}{c|c} \Psi_1 & \\ \hline 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right] \cdot \begin{bmatrix} a(k+1) \\ a(k) \end{bmatrix}$$

$$Z(k+1) = [0 \ 0 \ 1 \ | \ 0 \ 1] \cdot Y(k+1).$$

Или в матричном виде

$$Y(k+1) = \Phi \cdot Y(k) + \Gamma \cdot \eta_1(k) + \Psi \cdot u(k) \tag{7}$$

$$Z(k+1) = H \cdot Y(k+1). \tag{8}$$

С матрицами корреляций

$$P(0) = E\{Y(0)Y(0)'\} = E \left[\begin{array}{c|c} X_1 \cdot X_1' & X_1 \cdot w' \\ \hline w \cdot X_1' & w \cdot w' \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c|cc} I & & 0 \\ \hline 0 & \sigma^2 & 0 \\ & 0 & \sigma^2 \end{array} \right],$$

$$Q = E\{\eta_1(k)\eta_1(k)'\} = \sigma^2,$$

$$R = 0.$$

5. Фильтрация Калмана

По теореме об оптимальной фильтрации [1, Т5-5] рекуррентные уравнения, описывающие оптимальную оценку для *нашего* случая, даются выражениями:

1. Вычисляется корреляционная матрица ошибки предсказания:

$$P(k+1|k) = \Phi \cdot P(k|k) \cdot \Phi' + \Gamma Q \Gamma',$$

где начальное условие имеет вид $P(0|0) = P(0)$.

2. Вычисляется матрица Калмана:

$$K(k+1) = P(k+1|k)H'(k+1) \cdot [H(k+1)P(k+1|k)H'(k+1) + R(k+1)]^{-1}.$$

3. Вычисляется корреляционная матрица ошибки фильтрации:

$$P(k+1|k+1) = [I - K(k+1)H(k+1)]P(k+1|k),$$

где I — единичная матрица размера $n \times n$.

4. Вычисляется оптимальная оценка одношагового предсказания:

$$\hat{Y}(k+1|k) = \Phi_{pr} \cdot \hat{Y}(k+1|k) + \Psi \cdot \begin{bmatrix} Z(k+1) \\ Z(k) \end{bmatrix},$$

где $\Phi_{pr} = \begin{bmatrix} \Phi_1 & 0 \\ 0 & \Phi_2 \end{bmatrix}$.

5. Вычисляется оптимальная текущая оценка:

$$\hat{Y}(k+1|k+1) = \hat{Y}(k+1|k) + K(k+1)[Z(k+1) - H(k+1)\Phi\hat{Y}(k+1|k)],$$

где $\hat{Y}(0|0) = 0$.

Проведено компьютерное моделирование процесса Калмановской фильтрации. Иллюстрации, качественно описывающие результаты моделирования, представлены на рис. 1.

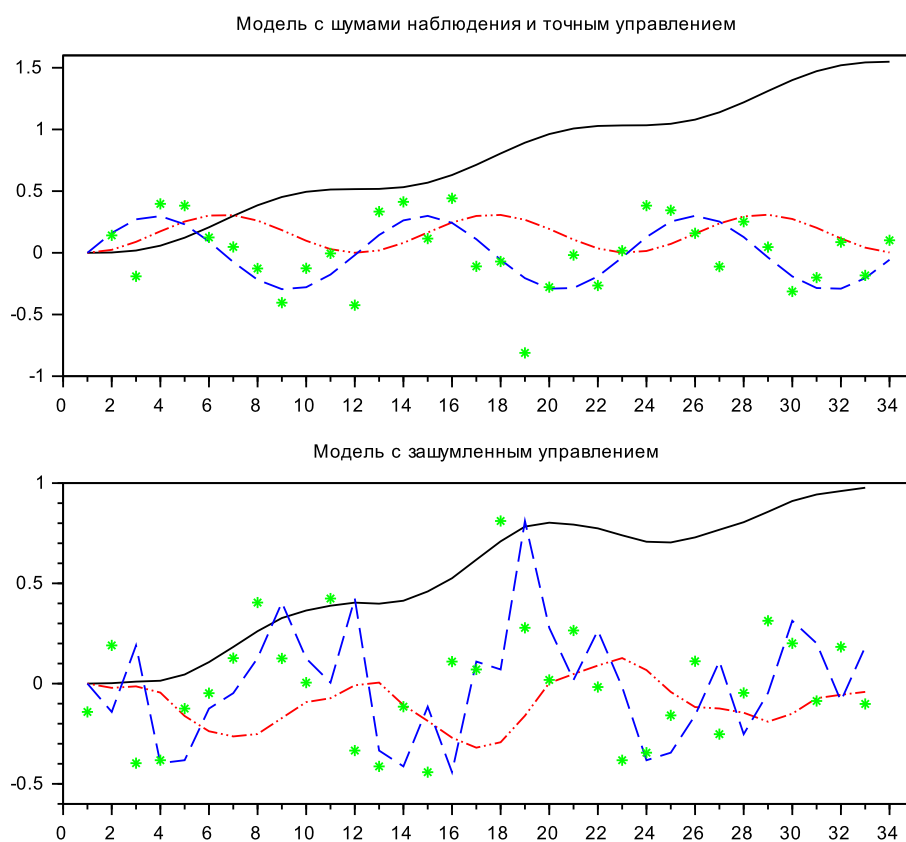


Рис. 1. Результаты моделирования с точным и зашумлённым управлением. По оси абсцисс отложены отсчёты дискретного времени, по оси ординат перемещение в десятках метров — сплошная линия, скорость в м/с — график «- . .», ускорение в м/с² — график «- -», наблюдение ускорений в присутствии шума — график «*»

Из рисунка видно, что траектория вектора состояния, полученная с помощью оптимальной фильтрации, практически не отличается от оценки предсказания и уводит траекторию от точки завершения движения, что говорит о проблемах с точностью оценки траектории.

Сглаживание с закреплёнными концами должно исправить эту проблему.

6. Оптимальное сглаживание

По теореме об оптимальном сглаживании [1, Т6-1] рекуррентные уравнения, описывающие оптимальную сглаженную оценку, даются выражениями:

$$\begin{aligned}
 A(k) &= P(k|k)\Phi'(k+1|k)P^{-1}(k+1|k) \\
 \hat{Y}(k|N) &= \hat{Y}(k|k) + A(k)[\hat{Y}(k+1|N) - \hat{Y}(k+1|k)] \\
 P(k|N) &= P(k|k) + A(k)[P(k+1|N) - P(k+1|k)]A'(k).
 \end{aligned}$$

Проведено компьютерное моделирование процесса оптимального сглаживания. Иллюстрации, качественно описывающие результаты моделирования, представлены на рис. 2.

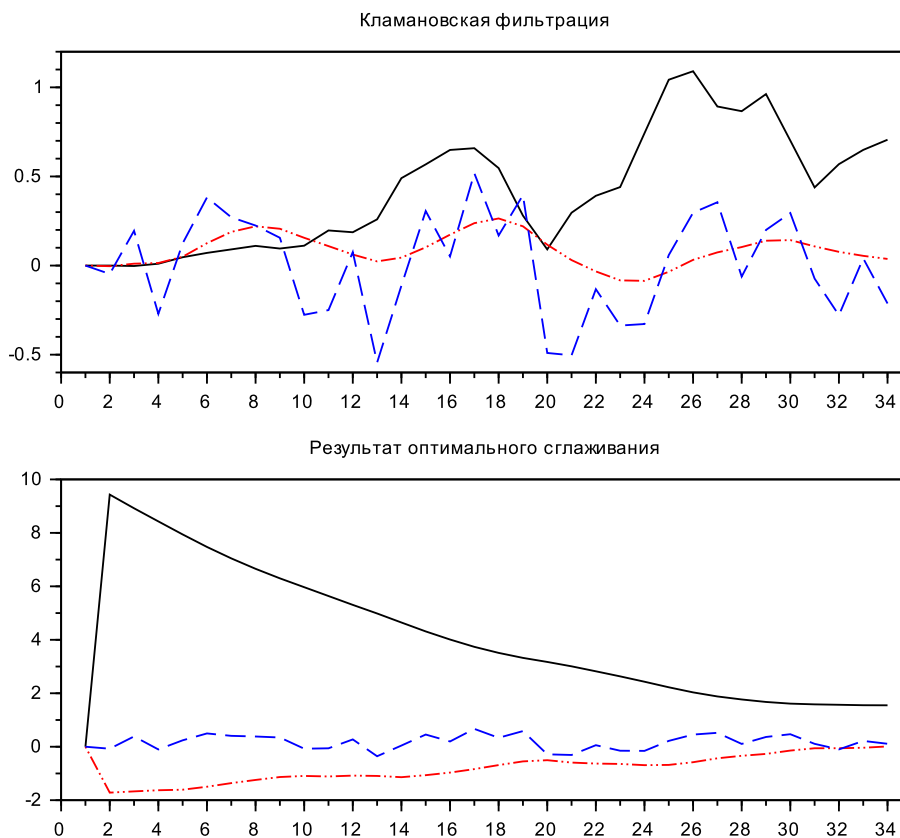


Рис. 2. Результаты моделирования Кламановской фильтрации и оптимального сглаживания.

По оси абсцисс отложены отсчёты дискретного времени, по оси ординат перемещение в десятках метров — сплошная линия, скорость в м/с — график «- . .», ускорение в м/с² — график «- -»

Из рисунка 2 видно, что траектория вектора состояния, полученная с помощью оптимального сглаживания, хорошо ведёт себя в конце траектории, но уводит траекторию от точки начала движения более чем на 20 метров, что совершенно неприемлемо.

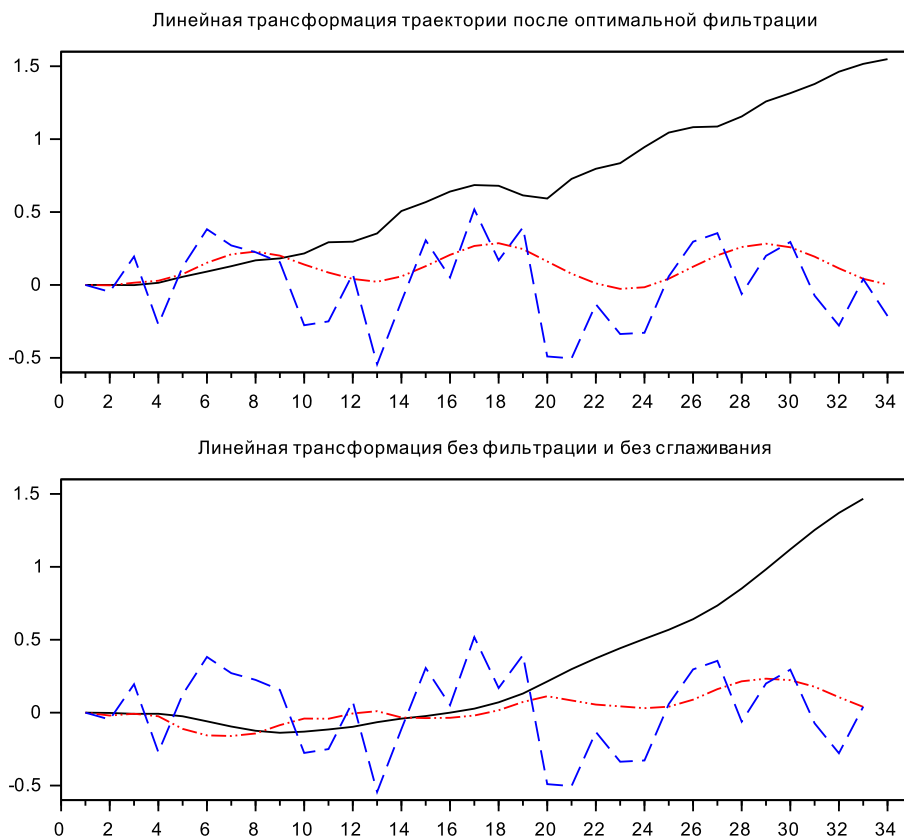


Рис. 3. Варианты линейной трансформации траектории. По оси абсцисс отложены отчёты дискретного времени, по оси ординат перемещение в десятках метров — сплошная линия, скорость в м/с — график «- . .», ускорение в м/с² — график «--»

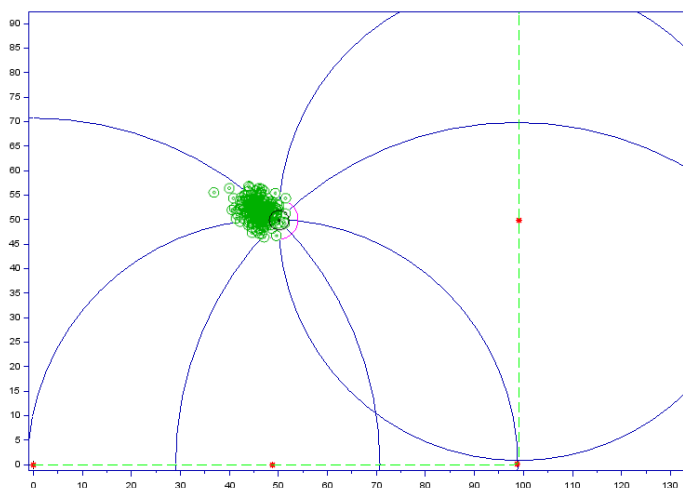


Рис. 4. Результат серии экспериментов по обнаружению точки беспроводного доступа. Пунктирная линия — траектория движения приёмника-наблюдателя в пространстве; точками на траектории отмечены места фиксации показаний мощности сигнала; окружности — линии равного уровня сигнала; истинное положение в точке (50,50); мелкие окружности — оценки серии экспериментов положения точки беспроводного доступа

Обсуждение результатов. Результаты отчасти ожидаемы, так как полная наблюдаемость в системе отсутствует и, следовательно, накопленные наблюдения не могут полностью восстановить вектор состояния. Кроме того, собственные числа переходной матрицы состояния равны единице, а значит, система находится в пограничном состоянии между состоянием устойчивости и неустойчивости.

7. Эвристические алгоритмы восстановления траектории

Очевидно, что результаты компьютерного моделирования оптимальной фильтрации и оптимального сглаживания неудовлетворительны. Оптимальная фильтрация, накапливая ошибки измерения, часто уводит траекторию от реального положения в конце пути. Оптимальное сглаживание для нашей модели часто в серии экспериментов не возвращает оценку в начало пути (чего не происходит с наблюдаемыми системами). Оптимальность оценок (в смысле точности) распространяется только на системы с полной наблюдаемостью.

Возможные пути выхода из ситуации — это, во-первых, добавление в вектор наблюдений оценки перемещения, получаемой, например, с помощью системы глобального позиционирования; во-вторых, использование эвристических методов восстановления траектории движения.

Предлагается два эвристических алгоритма восстановления траектории для устранения вышеуказанных недостатков. Оба основаны на линейной трансформации одной траектории в другую. Первый способ — трансформация траектории Калмановской фильтрации в траекторию сглаживания, второй — трансформация прямой траектории предсказания с закреплением в начале движения в траекторию предсказания с закреплением в конце траектории.

Суть трансформации одной траектории вектора состояния Y_a в другую Y_b заключается в том, что расчётный отсчёт траектории $Y_c(k)$ вычисляется как взвешенная оценка траекторий вектора состояния $Y_a(k)$ и $Y_b(k)$.

$$Y_c(k) = (1 - \lambda_k) \cdot Y_a(k) + \lambda_k Y_b(k), \quad k = 0, \dots, N$$
$$\lambda_0 = 0, \quad \lambda_N = 1.$$

Исходя из этих соотношений и линейности λ_k в зависимости от k , получается простое выражение

$$\lambda_k = \frac{k}{N}.$$

Эвристический алгоритм восстановления траектории будет выглядеть следующим образом.

Вход: две траектории, первая из которых Y_a точно совпадает с началом движения, а вторая Y_b — с окончанием движения. Траектории заданы массивами или списками равной длины. Такие две траектории могут быть получены оптимальными фильтрацией и сглаживанием соответственно. Вторым вариантом получения таких траекторий таков: в качестве первой траектории взять оптимальную оценку фильтрации, а в качестве второй — её же параллельно сдвинутую в точку окончания движения. Отсчёты координат поступают последовательно.

Выход: траектория Y_c движения, начало и конец которой в точности совпадают с началом и концом движения (которые в свою очередь считаются известными). Эвристический алгоритм трансформации на Python будет выглядеть следующим образом:

```
lambda=0
for k in range(N+1):
    yc[k]=(1-lambda)*ya[k]+lambda*yb[k]
    lambda=k/N
```

На рисунке 3 представлены иллюстрации работы описанных вариантов алгоритма трансформации.

Качественная оценка полученных траекторий показывает, что отклонение их от реальных траекторий меньше, чем у рассмотренных ранее подходов и вполне приемлемо для решаемой задачи.

Итоговый результат серии экспериментов по определению координат по измерениям движущегося измерителя приведён на рисунке 4. Наблюдается небольшое смещение от истинного положения, составляющее в среднем 4 метра.

Заключение

В работе рассмотрены подходы к построению траектории движения объекта по зашумлённому управлению, представляющему собой измерения показаний акселерометров. Проведён анализ модели, проведено компьютерное моделирование по вычислению траекторий движений объектов. Предложен метод трансформации траекторий, который даёт приемлемые траектории при компьютерном эксперименте. Выяснить реальную применимость рассмотренного метода трансформации необходимо на практике на реальных измерениях, что является целью дальнейшего исследования. На открытой местности уточнение положения объекта (измерителя) может быть скорректировано добавлением в вектор наблюдения оценок координат объекта, полученных с помощью систем глобального позиционирования, что приведёт к полной наблюдаемости системы и более высокой точности построения траектории движения.

Благодарности

Выражаем глубокую признательность доктору технических наук Илье Викторовичу Потапову за обсуждение статьи. Замечания, им высказанные, позволили существенно улучшить изложение полученных результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Медич Д. Статистически оптимальные линейные оценки и управление М. : «Энергия», 1973. 440 с.
2. Вишнякова О.А., Лавров Д.Н., Лаврова С.Ю. Математическая модель обнаружения точки беспроводного доступа по измерениям мощности излучения разнесёнными наблюдателями // Математические структуры и моделирование. 2013. № 2(28). С. 49–59.
3. Лавров Д.Н., Вишнякова О.А., Дудяк Е.И., Лаврова С.Ю. Компьютерное моделирование оценивания координат точки беспроводного доступа по измерениям мощности принимаемых сигналов // Математические структуры и моделирование. 2014. № 2(30). С. 62–76.
4. Дудяк Е.И. Методы определения координат сотрудников и техники предприятия с использованием технологии Wi-Fi // Техника радиосвязи. 2015. Вып. 1(24). С. 67–77.

**DETERMINING THE PATH OF MOVEMENT OF THE OBSERVER OF SYSTEM
DETECTING UNAUTHORIZED INSTALLED WIRELESS ACCESS POINTS****D.N. Lavrov**

Associate Professor, Ph.D. (Eng.), e-mail: dmitry.lavrov72@gmail.com

A.A. Kondurina

Master's Degree Student, e-mail: a.kondyurina@gmail.com

Dostoevsky Omsk State University

Abstract. The paper presents the construction and study of the dynamical system describing the trajectory of the observer by measuring accelerations, which in turn is an estimate of the unknown control. The problem arises in the construction of detection systems of installed unauthorized wireless access points indoors. We studied the observability of the system, investigated the work of Kalman filter and optimal smoothing filter. Heuristic algorithms of trajectory recovery are proposed. A computer simulation of the proposed algorithms is conducted.

Keywords: Kalman filter, smoothing, positioning, wireless access points.

Дата поступления в редакцию: 9.01.2017