

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ДЕМОГРАФИЧЕСКОЙ СИТУАЦИИ В ОМСКОЙ ОБЛАСТИ

А. К. Ракша

Освещается демографическая ситуация в Омской области за последние 40 лет. Строятся математические модели, отражающие зависимость рождаемости и смертности населения от времени.

Любое демографическое исследование начинается со сбора данных. Рассмотрим динамику смертности и рождаемости в Омской области с 1970 по 2009 гг. [1–7]. Исходные данные представлены в виде двух таблиц (см. табл. 1 и 2).

Таблица 1

Показатели рождаемости в Омской области

Год	Рождаемость (чел.)	Год	Рождаемость (чел.)	Год	Рождаемость (чел.)	Год	Рождаемость (чел.)	Год	Рождаемость (чел.)
1970	29 012	1978	36 883	1986	42 146	1994	22 935	2002	20 406
1971	30 611	1979	37 506	1987	40 669	1995	22 313	2003	22 363
1972	32 030	1980	37 800	1988	37 862	1996	21 457	2004	21 928
1973	32 733	1981	39 145	1989	34 387	1997	19 861	2005	21 282
1974	34 170	1982	42 722	1990	32 191	1998	19 960	2006	21 424
1975	34 950	1983	42 895	1991	29 916	1999	17 756	2007	23 627
1976	36 066	1984	41 983	1992	26 538	2000	18 363	2008	25 050
1977	36 654	1985	40 876	1993	23 324	2001	18 235	2009	25 708

Соответствующие этим таблицам графики рождаемости и смертности населения даны на рис. 1 и 2 соответственно. Исходя из рис. 1, можно предположить, что рождаемость в Омской области отображается полиномиальной функцией. Проверим это предположение.

Обозначим через  $R(t)$  функцию, зависящую от времени  $t$  и отражающую динамику рождаемости, через  $S(t)$  — функцию, зависящую от времени  $t$  и отражающую динамику смертности.

Построим полиномиальную функцию шестой степени, зависящую от времени  $t$ , подобрав коэффициенты таким образом, чтобы значения производной этой функции были близки показателям рождаемости в Омской области.



Рис. 1. Иллюстрация рождаемости в Омской области

Таблица 2

**Показатели смертности в Омской области**

Год	Смертность (чел.)	Год	Смертность (чел.)	Год	Смертность (чел.)	Год	Смертность (чел.)	Год	Смертность (чел.)
1970	14 105	1978	17 669	1986	19 039	1994	28 126	2002	30 401
1971	14 264	1979	18 664	1987	19 114	1995	26 747	2003	30 796
1972	14 846	1980	19 507	1988	19 536	1996	26 640	2004	30 557
1973	15 133	1981	18 898	1989	20 101	1997	26 600	2005	31 686
1974	15 329	1982	18 934	1990	20 110	1998	25 061	2006	30 159
1975	16 481	1983	19 733	1991	21 321	1999	27 951	2007	29 578
1976	16 849	1984	20 927	1992	22 013	2000	28 713	2008	28 819
1977	17 238	1985	20 344	1993	25 797	2001	28 539	2009	27 352

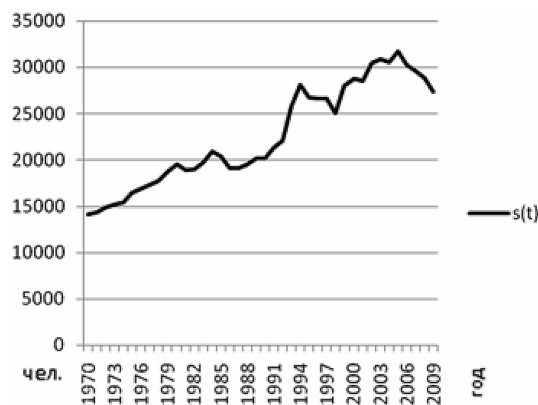


Рис. 2. Иллюстрация смертности в Омской области

После тщательного перебора коэффициентов получаем следующее уравнение:

$$R(t) = 0,0188t^5 - 1,08t^4 + 19,22t^3 - 192t^2 + 2100t + r, \tag{1}$$

где  $r$  — рождаемость в начальный момент времени (для данного исследования 1970 г.);  $t$  — период времени;  $t = 1, 2, 3, \dots$

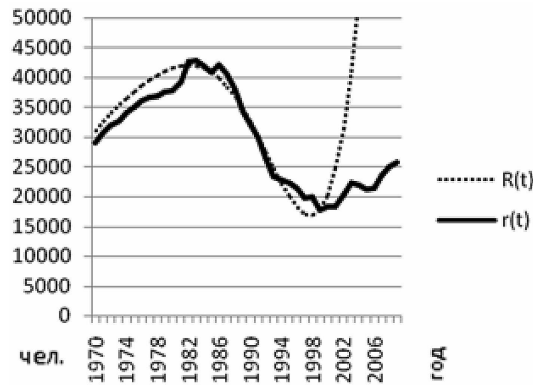


Рис. 3. Иллюстрация полученной полиномиальной функции (1)

Сравнение графиков  $R(t)$  и  $r(t)$  показывает (см. рис.3), что на отрезке от 1970-го до 2000 г. значения рождаемости почти совпадают, но после 2000 г. полиномиальная функция  $R(t)$  большими темпами устремляется к бесконечности, что противоречит поведению функции  $r(t)$ . Следовательно, модель  $R(t)$  не является удовлетворительной. Наше предположение не подтвердилось.

Построим другую модель для показателей рождаемости в Омской области. Используем тригонометрические функции. Исходя из рис. 1 видно, что график рождаемости по своей форме напоминает функцию синуса. Возьмём начальное значение  $r_0$  и прибавим к нему  $h \sin(zt)$ , т. е.

$$K(t) = r_0 + h \sin(zt), \quad (2)$$

где  $r_0$  — рождаемость в начальный момент времени;  $t$  — период времени;  $h$  и  $z$  — коэффициенты, найденные путём подбора. При подборе коэффициентов мы пришли к выводу, что для большей схожести исходных значений рождаемости с функцией, которую мы хотим построить, необходимо в эту функцию добавить значение косинуса, т. е.

$$K(t) = r_0 + h \sin(zt) \cos(yt), \quad (3)$$

где  $y$  — коэффициент, найденный путём подбора. После подбора коэффициентов найденная нами функция примет вид:

$$K(t) = r_0 + 12510 \sin(0,1494t) \cos(0,0122t). \quad (4)$$

Сравнение графиков функций  $r(t)$  и  $K(t)$  показывает (рис.4), что  $K(t)$  неплохо аппроксимирует  $r(t)$ . Если сравнивать по табличным данным, а не графически, то данные также окажутся примерно идентичными. Отсюда следует вывод, что данное уравнение отражает демографическую ситуацию в Омской области.

Найдём теперь функцию, характеризующую смертность в Омской области. Из рис. 2 видно, что смертность на протяжении многих лет с каждым годом всё

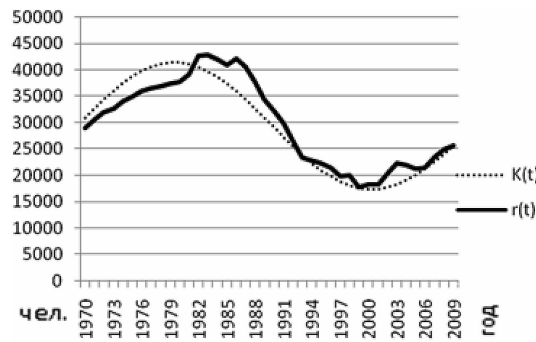


Рис. 4. Иллюстрация полученного уравнения (4), отражающего рождаемость в Омской области

увеличивалась, но в последние годы уменьшается. Следовательно, чем больше период времени, тем выше смертность, поэтому

$$S(t) = s_0 + vt, \tag{5}$$

где  $s$  — начальный уровень смертности;  $v$  — коэффициент, найденный подбором. Чтобы отобразить характер волнообразности уровня смертности, к (5) прибавим функцию синуса от показателя времени:

$$S(t) = s_0 + vt + q \sin(mt), \tag{6}$$

где  $m$  и  $q$  — также коэффициенты, найденные подбором. После перебора коэффициентов получим:

$$S(t) = s_0 + 427t + 1000 \sin(1370t). \tag{7}$$

Сравнение данных по смертности с полученной моделью — графиком функции  $S(t)$  — показывает неплохое их совпадение.

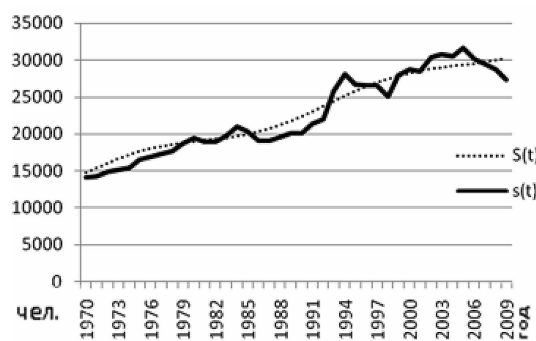


Рис. 5. Иллюстрация полученного уравнения (7), отражающего смертность в Омской области

Если сравнивать табличные данные, а не графические, то они также окажутся примерно одинаковыми. Значит, можно сделать вывод, что данная функция

$S(t)$  характеризует уровень смертности в Омской области. Отсюда следует вывод, что динамику рождаемости и смертности в Омской области за последние 40 лет можно отразить с помощью полученных моделей (4) и (7), содержащих тригонометрические функции.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Демографический ежегодник: стат. сб. / Федеральная служба гос. статистики, территориальный орган Федеральной службы гос. статистики по Омской области. Омск, 2006. 98 с.
2. Демографический ежегодник: стат. сб. / Федеральная служба гос. статистики, территориальный орган Федеральной службы гос. статистики по Омской области. Омск, 2007. 89 с.
3. Демографический ежегодник: стат. сб. / Федеральная служба гос. статистики, территориальный орган Федеральной службы гос. статистики по Омской области. Омск, 2008. 89 с.
4. Омский областной статистический ежегодник [2000 год]: в 2 ч. / Ом. обл. ком. гос. статистики. Омск, 2001. Ч. 1. 235 с.; Ч. 2. 419 с.
5. Омский областной статистический ежегодник [2001 год]: в 2 ч. / Ом. обл. ком. гос. статистики. Омск, 2002. Ч. 1. 232 с.; Ч. 2. 377 с.
6. Омский областной статистический ежегодник [1990, 1995, 1999–2002 гг.]: в 2 ч. / Ом. обл. ком. гос. статистики. Омск, 2003. Ч. 1. 238 с. Ч. 2. 353 с.
7. Омский областной статистический ежегодник «2009»: крат. стат. сб. / Омкстат. Омск, 2009. 39 с.