Математические структуры и моделирование
2005, вып. 15, с. 55–65

УДК 536.763/764

ВЛИЯНИЕ ЭФФЕКТОВ ДАЛЬНОДЕЙСТВИЯ НА МУЛЬТИКРИТИЧЕСКОЕ ПОВЕДЕНИЕ НЕУПОРЯДОЧЕННЫХ СЖИМАЕМЫХ СИСТЕМ

С.В. Белим

В рамках теоретико-полевого подхода рассмотрено мультикритическое поведение систем, описываемых двумя флуктуирующими параметрами порядка, с замороженными дефектами структуры при различных значениях параметра дальнодействия непосредственно в трехмерном пространстве. Выявлены устойчивые фиксированные точки ренормгруппового преобразования. Определены типы мультикритического поведения при различных значениях параметра дальнодействия.

Как хорошо известно, критические свойства систем задаются малым количеством параметров. Таких, как размерность, симметрия параметра порядка и скорость убывания взаимодействия с расстоянием. Особый интерес представляют системы, в которых кроме обычного близкодействия присутствуют эффекты дальнодействия. В классической изингоподобной системе взаимодействие между флуктуациями убывает экспоненциально с расстоянием по закону $exp(-r/r_0)$, в связи с чем рассматривается взаимодействие только между ближайшими соседями, в связи с чем данные системы можно охарактеризовать как близкодействующие. При убывании взаимодействия с расстоянием r по закону r^{-D-a}, где D – размерность пространства, уже нельзя ограничиваться взаимодействием между ближайшими соседями, и возникают эффекты дальнодействия. Как показано в работе [1] в рамках ε-разложения ($\varepsilon = 2a - D$) для значений параметра дальнодействия в интервале $1,5 < a < 2$ наблюдается негауссово критическое поведение, отличное от критического поведения близкодействующих систем и существенно зависящее от параметра дальнодействия a. В интервале значений $a \leq 1,5$ в сисеме наблюдается гауссово критическое поведение. Как показали расчеты непосредственно в трехмерном пространстве для критического поведения однородных систем с эффектами дальнодействия подтверждается предсказание ε-разложения [2]. Введение в систему замороженных примесей существенно изменяет картину критического поведения [3]. Так, для неупорядоченных систем так же, как и для однородных систем при значениях параметра дальнодействия $a \leq 1,5$, наблюдается гауссово критическое

Омский государственный университет.
E-mail: `belim@univer.omsk.su`
Работа поддержана грантом РФФИ N 04-02-16002.

поведение. Однако интервал $1,5 < a < 2$ разбивается на два. При значениях $1,8 \leq a < 2$ критическое поведение носит негауссовый характер, существенно зависящий от параметра дальнодействия a. Однако при $1,5 < a < 1,8$ в системе происходит срыв на фазовый переход первого рода. Упругие деформации приводят как к смене режима критического поведения, так и к появлению на фазовой диаграмме вещества трикритических линий [4]. Однако интервалы значений параметра дальнодействия, в рамках которых критическое поведение качественно носит одинаковый характер, остаются неизменными.

Как было показано в работе [5], в однородных системах, описываемых двумя флуктуирующими параметрами порядка, эффекты дальнодействия могут приводить к изменению режима мультикритического поведения. Для значений параметра дальнодействия $2 > a > 1,6$ наблюдается бикритическое поведение, тогда как для $1,5 < a \leq 1,6$ поведение становится тетракритическим. В интервале значений параметра порядка $a \leq 1,5$ устойчивой становится гауссова критическая точка.

Присутствие замороженных точечных дефектов структуры приводит к изменению режима поведения близкодействующих систем как в бикритической, так и в тетракритической области [6]. В указанной работе показано, что влияние δ-кореллированных примесей приводит к развязыванию параметров порядка в мультикритических точках. В работе [7] выявлено, что упругие деформации для однородных систем приводят к смене бикритического поведения тетракритическим. Для неупорядоченных систем [2] деформационные степени свободы, не меняя типа мультикритического поведения, изменяют режим тетракритического поведения.

Предметом данной статьи является исследование влияния эффектов дальнодействия на неупорядоченные сжимаемые системы, описываемые двумя параметрами порядка.

При структурных фазовых переходах с отсутствием пьезоэффекта в парафазе упругие деформации играют роль вторичного параметра порядка, флуктуации которого в большинстве случаев не являются критическими [8]. В связи с тем, что в критической области основной вклад в стрикционные эффекты дает зависимость обменного интеграла от расстояния, рассматриваются лишь упруго-изотропные системы.

Репличный гамильтониан неупорядоченной сжимаемой системы с эффектами дальнодействия имеет вид:

$$H_0 = \frac{1}{2}\int d^D q(\tau_1 + q^a)\sum_{a=1}^{m}\Phi_q^a\Phi_{-q}^a + \frac{1}{2}\int d^D q(\tau_2 + q^a)\sum_{a=1}^{m}\Psi_q^a\Psi_{-q}^a +$$
$$+u_{01}\int d^D q_1 d^D q_2 d^D q_3 \sum_{a,b=1}^{m}(\Phi_{q1}^a\Phi_{q2}^a)(\Phi_{q3}^b\Phi_{-q1-q2-q3}^b) +$$
$$+u_{02}\int d^D q_1 d^D q_2 d^D q_3 \sum_{a,b=1}^{m}(\Psi_{q1}^a\Psi_{q2}^a)(\Psi_{q3}^b\Psi_{-q1-q2-q3}^b)+$$

$$
\begin{aligned}
&+2u_{03}\int d^Dq_1d^Dq_2d^Dq_3\sum_{a,b=1}^{m}(\Phi^a_{q1}\Phi^a_{q2})(\Psi^b_{q3}\Psi^b_{-q1-q2-q3})-\\
&-\frac{\delta_{01}}{2}\int d^Dq_1d^Dq_2d^Dq_3\sum_{a=1}^{m}(\Phi^a_{q1}\Phi^a_{q2})(\Phi^a_{q3}\Phi^a_{-q1-q2-q3})-\\
&-\frac{\delta_{02}}{2}\int d^Dq_1d^Dq_2d^Dq_3\sum_{a=1}^{m}(\Psi^a_{q1}\Psi^a_{q2})(\Psi^a_{q3}\Psi^a_{-q1-q2-q3})-\\
&-\delta_{03}\int d^Dq_1d^Dq_2d^Dq_3\sum_{a=1}^{m}(\Phi^a_{q1}\Phi^a_{q2})(\Psi^a_{q3}\Psi^a_{-q1-q2-q3})+\\
&+g_1\int d^Dq_1d^Dq_2y_{q1}\sum_{a=1}^{m}\Phi^a_{q2}\Phi^a_{-q1-q2}+g_2\int d^Dq_1d^Dq_2y_{q1}\sum_{a=1}^{m}\Psi^a_{q2}\Psi^a_{-q1-q2}+\\
&+\frac{g_1^0}{\Omega}y_0\int d^Dq\sum_{a=1}^{m}\Phi^a_q\Phi^a_{-q}+\frac{g_2^0}{\Omega}y_0\int d^Dq\sum_{a=1}^{m}\Psi^a_q\Psi^a_{-q}+2\beta\int d^Dqy_qy_{-q}+2\frac{\beta_0}{\Omega}y_0^2,
\end{aligned}
\tag{1}
$$

где Φ и Ψ — m-мерные флуктуирующие параметры порядка, u_{01} и u_{02} — положительные константы,

$$\tau_1\sim|T-T_{c1}|/T_{c1},$$

$$\tau_2\sim|T-T_{c2}|/T_{c2},$$

T_{c1} и T_{c2} — температуры фазового перехода для первого и второго параметра порядка соответственно,

$$y(x)=\sum_{\alpha=1}^{3}u_{\alpha\alpha}(x),$$

где $u_{\alpha\beta}$ — тензор деформаций, g_1 и g_2 — параметры квадратичной стрикции, β — постоянная, характеризующая упругие свойства кристалла, D — размерность пространства. Свойства исходной системы могут быть получены в пределе $m\to 0$. Неотрицательные константы δ_{01}, δ_{02}, δ_{03} описывают взаимодействие критических флуктуаций через поле примесей. Взаимодействие примесей с упругими деформациями носит линейный характер и при усреднении по примесям приводит к переопределению констант δ_{01}, δ_{02}, δ_{03}.В данном гамильтониане уже проведено интегрирование по слагаемым, зависящим от нефлуктуирующих переменных, не взаимодействующих с параметром порядка. В (1) выделены слагаемые y_0, описывающие однородные деформации. Как показано в работе [9], такое разделение необходимо, так как неоднородные деформации y_q отвечают за обмен акустическими фононами и приводят к эффектам дальнодействия, которые отсутствуют при однородных деформациях.

Определим эффективный гамильтониан системы, зависящий только от сильно флуктуирующих параметров порядка Φ и Ψ, следующим образом:

$$\exp\{-H[\Phi,\Psi]\}=B\int\exp\{-H_0[\Phi,\Psi,y]\}\prod dy_q, \tag{2}$$

Если эксперимент осуществляется при постоянном объеме, то y_0 является константой, интегрирование в (2) проводится только по неоднородным деформациям, и однородные деформации вклада в эффективный гамильтониан не вносят. При постоянном давлении в гамильтониан добавляется слагаемое $P\Omega$, объем представляется в терминах компонент тензора деформации в виде

$$\Omega = \Omega_0[1 + \sum_{\alpha=1} u_{\alpha\alpha} + \sum_{\alpha\neq\beta} u_{\alpha\alpha}u_{\beta\beta} + O(u^3)] \tag{3}$$

и интегрирование в (2) осуществляется также и по однородным деформациям. Как отмечено в [10], учет в (3) квадратичных слагаемых может оказаться важным в случае высоких давлений и кристаллов с большими стрикционными эффектами. В результате:

$$\begin{aligned}
H = {} & \frac{1}{2}\int d^Dq(\tau_1+q^2)\sum_{a=1}^{m}\Phi^a_q\Phi^a_{-q} + \frac{1}{2}\int d^Dq(\tau_2+q^2)\sum_{a=1}^{m}\Psi^a_q\Psi^a_{-q} + \\
& +v_{01}\int d^Dq_1d^Dq_2d^Dq_3\sum_{a,b=1}^{m}(\Phi^a_{q1}\Phi^a_{q2})(\Phi^b_{q3}\Phi^b_{-q1-q2-q3}) + \\
& +v_{02}\int d^Dq_1d^Dq_2d^Dq_3\sum_{a,b=1}^{m}(\Psi^a_{q1}\Psi^a_{q2})(\Psi^b_{q3}\Psi^b_{-q1-q2-q3}) + \\
& +2v_{03}\int d^Dq_1d^Dq_2d^Dq_3\sum_{a,b=1}^{m}(\Phi^a_{q1}\Phi^a_{q2})(\Psi^b_{q3}\Psi^b_{-q1-q2-q3}) - \\
& -\frac{\delta_{01}}{2}\int d^Dq_1d^Dq_2d^Dq_3\sum_{a=1}^{m}(\Phi^a_{q1}\Phi^a_{q2})(\Phi^a_{q3}\Phi^a_{-q1-q2-q3}) - \\
& -\frac{\delta_{02}}{2}\int d^Dq_1d^Dq_2d^Dq_3\sum_{a=1}^{m}(\Psi^a_{q1}\Psi^a_{q2})(\Psi^a_{q3}\Psi^a_{-q1-q2-q3}) - \\
& -\delta_{03}\int d^Dq_1d^Dq_2d^Dq_3\sum_{a=1}^{m}(\Phi^a_{q1}\Phi^a_{q2})(\Psi^a_{q3}\Psi^a_{-q1-q2-q3}) + \\
& +\frac{z_1^2-w_1^2}{2}\int d^Dq_1d^Dq_2\sum_{a,b=1}^{m}(\Phi^a_{q1}\Phi^a_{-q1})(\Phi^b_{q2}\Phi^b_{-q2}) + \\
& +\frac{z_2^2-w_2^2}{2}\int d^Dq_1d^Dq_2\sum_{a=1}^{m}(\Psi^a_{q1}\Psi^a_{-q1})(\Psi^a_{q2}\Psi^a_{-q2}) + \\
& +(z_1z_2-w_1w_2)\int d^Dq_1d^Dq_2\sum_{a,b=1}^{m}(\Phi^a_{q1}\Phi^a_{-q1})(\Psi^b_{q2}\Psi^b_{-q2}), \\
& v_{01}=u_{01}-z_1^2/2,\quad v_{02}=u_{02}-z_2^2/2,\quad v_{03}=u_{03}-z_1z_2/2, \\
& z_1=\frac{g_1}{\sqrt{\beta}},\quad z_2=\frac{g_2}{\sqrt{\beta}},\quad w_1=\frac{g_1^0}{\sqrt{\beta}_0},\quad w_2=\frac{g_2^0}{\sqrt{\beta}_0}.
\end{aligned} \tag{4}$$

Данный гамильтониан приводит к широкому разнообразию мультикритиче-

ских точек. Возможно как бикритическое

$$(v_3 + (z_1 z_2 - w_1 w_2 - \delta_3)/2)^2 > (v_1 + (z_1^2 - w_1^2 - \delta_1)/2)(v_2 + (z_2^2 - w_2^2 - \delta_2)/2),$$

так и тетракритическое

$$(v_3 + (z_1 z_2 - w_1 w_2 - \delta_3)/2)^2 < (v_1 + (z_1^2 - w_1^2 - \delta_1)/2)(v_2 + (z_2^2 - w_2^2 - \delta_2)/2)$$

поведение. В первом случае в мультикритической точке пересекаются две линии фазовых переходов второго рода и одна линия фазовых переходов первого рода, во втором — четыре линии фазовых переходов второго рода. В непосредственной окрестности мультикритической точки система демонстрирует специфическое критическое поведение, характеризующееся конкуренцией типов упорядочения. При этом в бикритической точке происходит вытеснение одного критического параметра другим, тетракритическая же точка допускает существование смешанной фазы с сосуществующими типами упорядочения. Кроме того, стрикционные эффекты могут приводить к мультикритическим точкам более высокого порядка.

В рамках теоретико-полевого подхода [11] асимптотическое критическое поведение и структура фазовых диаграмм во флуктуационной области определяется ренормгрупповым уравнением Каллана-Симанчика для вершинных частей неприводимых функций Грина. Для вычисления β- и γ-функций как функций, входящих в уравнение Каллана-Симанчика, перенормированных вершин взаимодействия u_1, u_2, u_3, δ_1, δ_2, δ_3, g_1, g_2, $g_1^{(0)}$, $g_2^{(0)}$ или более удобных для определения мультикритического поведения модели комплексных вершин z_1, z_2, w_1, w_2, v_1, v_2, v_3, δ_1, δ_2, δ_3 был применен стандартный метод, основанный на диаграммной технике Фейнмана и процедуре перенормировки [12]. В результате в рамках двухпетлевого приближения были получены следующие выражения для β-функций:

$$\begin{aligned}
\beta_{v1} &= -v_1 + 36v_1^2 + 4v_3^2 - 24v_1\delta_1 - 1728\left(2\widetilde{J} - 1 - \frac{2}{9}\widetilde{G}\right)v_1^3 - \\
&- 192\left(2\widetilde{J} - 1 - \frac{2}{9}\widetilde{G}\right)v_1 v_3^2 - 64(2\widetilde{J} - 1)v_3^3 + \\
&+ 96\left(2\widetilde{J} - 1 - \frac{2}{3}\widetilde{G}\right)v_1 v_3\delta_3 + 32(2\widetilde{J} - 1)v_3^2\delta_3 + \\
&+ 2304(2\widetilde{J} - 1 - \frac{1}{6}\widetilde{G})v_1^2\delta_1 - 672\left(2\widetilde{J} - 1 - \frac{2}{3}\widetilde{G}\right)v_1\delta_1^2 + 16(2\widetilde{J} - 1)v_3^2\delta_1, \\
\beta_{v2} &= -v_2 + 36v_2^2 + 4v_3^2 - 24v_2\delta_2 - 1728\left(2\widetilde{J} - 1 - \frac{2}{9}\widetilde{G}\right)v_2^3 - \\
&- 192\left(2\widetilde{J} - 1 - \frac{2}{9}\widetilde{G}\right)v_2 v_3^2 - 64(2\widetilde{J} - 1)v_3^3 + 96\left(2\widetilde{J} - 1 - \frac{2}{3}\widetilde{G}\right)v_2 v_3\delta_3 + \\
&+ 32(2\widetilde{J} - 1)v_3^2\delta_3 + 2304\left(2\widetilde{J} - 1 - \frac{1}{6}\widetilde{G}\right)v_2^2\delta_2 - \\
&- 672\left(2\widetilde{J} - 1 - \frac{2}{3}\widetilde{G}\right)v_2\delta_2^2 + 16(2\widetilde{J} - 1)v_3^2\delta_2, \qquad (5)
\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
\beta_{v3} &= -v_3 + 16v_3^2 + 12v_1v_3 + 12v_2v_3 - 4v_3\delta_1 - 4v_3\delta_2 - 16v_3\delta_3 - \\
&- 320\left(2\widetilde{J} - 1 - \frac{2}{5}\widetilde{G}\right)v_3^3 - 288\left(2\widetilde{J} - 1 - \frac{2}{3}\widetilde{G}\right)v_1^2v_3 - \\
&- 288\left(2\widetilde{J} - 1 - \frac{2}{3}\widetilde{G}\right)v_2^2v_3 - 576(2\widetilde{J} - 1)v_1v_3^2 - 576(2\widetilde{J} - 1)v_2v_3^2 + \\
&+ 448\left(2\widetilde{J} - 1 - \frac{2}{7}\widetilde{G}\right)v_3^2\delta_3 + 192(2\widetilde{J} - 1)v_3^2\delta_1 + 192(2\widetilde{J} - 1)v_3^2\delta_2 - \\
&- 48\left(2\widetilde{J} - 1 - \frac{2}{3}\widetilde{G}\right)v_3\delta_1^2 - 48\left(2\widetilde{J} - 1 - \frac{2}{3}\widetilde{G}\right)v_3\delta_2^2 + \\
&+ 432\left(2\widetilde{J} - 1 - \frac{2}{3}\widetilde{G}\right)v_1v_3\delta_1 + 432\left(2\widetilde{J} - 1 - \frac{2}{3}\widetilde{G}\right)v_2v_3\delta_2 + \\
&+ 576(2\widetilde{J} - 1)v_1v_3\delta_3 + 576(2\widetilde{J} - 1)v_2v_3\delta_3 - 192(2\widetilde{J} - 1)v_3\delta_3^2 - \\
&- 192(2\widetilde{J} - 1)v_3\delta_1\delta_3 - 192(2\widetilde{J} - 1)v_3\delta_2\delta_3, \\
\beta_{\delta 1} &= -\delta_1 + 16\delta_1^2 - 24v_1\delta_1 - 8v_3\delta_3 - 352\left(2\widetilde{J} - 1 - \frac{1}{22}\widetilde{G}\right)\delta_1^3 + \\
&+ 128(2\widetilde{J} - 1)v_3^2\delta_3 - 192(2\widetilde{J} - 1)v_3\delta_3^2 - 1152\left(2\widetilde{J} - 1 - \frac{1}{3}\widetilde{G}\right)v_1\delta_1^2 + \\
&+ 576\left(2\widetilde{J} - 1 - \frac{2}{3}\widetilde{G}\right)v_1^2\delta_1 + 64(2\widetilde{J} - 1 - 2\widetilde{G})v_3^2\delta_1 - \\
&- 192\left(2\widetilde{J} - 1 - \frac{2}{3}\widetilde{G}\right)v_3\delta_1\delta_3, \\
\beta_{\delta 2} &= -\delta_2 + 16\delta_2^2 - 24v_2\delta_2 - 8v_3\delta_3 - 352\left(2\widetilde{J} - 1 - \frac{1}{22}\widetilde{G}\right)\delta_2^3 + \\
&+ 128(2\widetilde{J} - 1)v_3^2\delta_3 - 192(2\widetilde{J} - 1)v_3\delta_3^2 - 1152\left(2\widetilde{J} - 1 - \frac{1}{3}\widetilde{G}\right)v_2\delta_2^2 + \\
&+ 576\left(2\widetilde{J} - 1 - \frac{2}{3}\widetilde{G}\right)v_2^2\delta_2 + 64(2\widetilde{J} - 1 - 2\widetilde{G})v_3^2\delta_2 - \\
&- 192\left(2\widetilde{J} - 1 - \frac{2}{3}\widetilde{G}\right)v_3\delta_2\delta_3, \\
\beta_{\delta 3} &= -\delta_3 + 8\delta_3^2 + 12v_1\delta_3 + 12v_2\delta_3 + 4v_3\delta_1 + 4v_3\delta_2 + 4\delta_1\delta_3 + 4\delta_2\delta_3 - \\
&- 64(2\widetilde{J} - 1)\delta_3^3 + 288(2\widetilde{J} - 1)v_1\delta_3^2 + 288(2\widetilde{J} - 1)v_2\delta_3^2 + 288(2\widetilde{J} - 1)v_1^2\delta_3 + \\
&+ 288(2\widetilde{J} - 1)v_2^2\delta_3 + 48\left(2\widetilde{J} - 1 - \frac{2}{3}\widetilde{G}\right)\delta_1^2\delta_3 + 48\left(2\widetilde{J} - 1 - \frac{2}{3}\widetilde{G}\right)\delta_2^2\delta_3 + \\
&+ 96(2\widetilde{J} - 1)\delta_1\delta_3^2 + 96(2\widetilde{J} - 1)\delta_2\delta_3^2 + 64(2\widetilde{J} - 1)v_3^2\delta_1 + 64(2\widetilde{J} - 1)v_3^2\delta_2 - \\
&- 32(2\widetilde{J} - 1)v_3\delta_1^2 - 32(2\widetilde{J} - 1)v_3\delta_2^2 - +64(2\widetilde{J} - 1 - 2\widetilde{G})v_3^2\delta_3 - \\
&- 192(2\widetilde{J} - 1 - 2\widetilde{G})v_3\delta_3^2 - 288\left(2\widetilde{J} - 1 - \frac{2}{3}\widetilde{G}\right)v_1\delta_1\delta_3 - \\
&- 288\left(2\widetilde{J} - 1 - \frac{2}{3}\widetilde{G}\right)v_2\delta_2\delta_3 - 128(2\widetilde{J} - 1)v_3\delta_1\delta_3 - 128(2\widetilde{J} - 1)v_3\delta_2\delta_3, \\
\beta_{z1} &= -z_1 + 24v_1z_1 + 2z_1^3 - 16\delta_1z_1 - 4\delta_3z_2 + 2z_1z_2^2 + 4v_3z_2 - \\
&- 576\left(2\widetilde{J} - 1 - \frac{2}{3}\widetilde{G}\right)v_1^2z_1 - 32(2\widetilde{J} - 1)v_3^2z_1 - 16(2\widetilde{J} - 1 - \widetilde{G})v_3^2z_2 +
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&+ \quad 120\left(2\widetilde{J}-1-\frac{8}{5}\widetilde{G}\right)v_1z_1\delta_1-32\left(2\widetilde{J}-1-\frac{2}{3}\widetilde{G}\right)z_1\delta_1^2-16(2\widetilde{J}-1)z_1\delta_3^2-\\
&- \quad 32(2\widetilde{J}-1)z_2\delta_3^2+128(2\widetilde{J}-1-5\widetilde{G})v_3z_1\delta_3+128(2\widetilde{J}-1-5\widetilde{G})v_3z_2\delta_3,\\
\beta_{z2} &= \quad -z_2+24v_2z_2+2z_2^3-16\delta_2z_2-4\delta_3z_1+2z_2z_1^2+4v_3z_1-\\
&- \quad 576\left(2\widetilde{J}-1-\frac{2}{3}\widetilde{G}\right)v_2^2z_2-32(2\widetilde{J}-1)v_3^2z_2-16(2\widetilde{J}-1-\widetilde{G})v_3^2z_1+\\
&+ \quad 120\left(2\widetilde{J}-1-\frac{8}{5}\widetilde{G}\right)v_2z_2\delta_2-32(2\widetilde{J}-1-\frac{2}{3}\widetilde{G})z_2\delta_2^2-16(2\widetilde{J}-1)z_2\delta_3^2-\\
&- \quad 32(2\widetilde{J}-1)z_1\delta_3^2+128(2\widetilde{J}-1-5\widetilde{G})v_3z_2\delta_3+128(2\widetilde{J}-1-5\widetilde{G})v_3z_1\delta_3,\\
\beta_{w1} &= \quad -w_1+24v_1w_1+2z_1^2w_1-2w_1^3-16\delta_1w_1-4\delta_3w_2+2w_1z_2^2+\\
&+ \quad 4v_3w_2-576\left(2\widetilde{J}-1-\frac{2}{3}\widetilde{G}\right)v_1^2w_1-\\
&- \quad 32(2\widetilde{J}-1)v_3^2w_1-16(2\widetilde{J}-1-\widetilde{G})v_3^2w_2+120\left(2\widetilde{J}-1-\frac{8}{5}\widetilde{G}\right)v_1w_1\delta_1-\\
&- \quad 32\left(2\widetilde{J}-1-\frac{2}{3}\widetilde{G}\right)w_1\delta_1^2-16(2\widetilde{J}-1)w_1\delta_3^2-32(2\widetilde{J}-1)w_2\delta_3^2+\\
&+ \quad 128(2\widetilde{J}-1-5\widetilde{G})v_3w_1\delta_3+128(2\widetilde{J}-1-5\widetilde{G})v_3w_2\delta_3,\\
\beta_{w2} &= \quad -w_2+24v_2w_2+2z_2^2w_2-2w_2^3-16\delta_2w_2-4\delta_3w_1+2w_2z_1^2+\\
&+ \quad 4v_3w_1-576\left(2\widetilde{J}-1-\frac{2}{3}\widetilde{G}\right)v_2^2w_2-\\
&- \quad 32(2\widetilde{J}-1)v_3^2w_2-16(2\widetilde{J}-1-\widetilde{G})v_3^2w_1+120\left(2\widetilde{J}-1-\frac{8}{5}\widetilde{G}\right)v_1w_2\delta_1-\\
&- \quad 32\left(2\widetilde{J}-1-\frac{2}{3}\widetilde{G}\right)w_2\delta_1^2-16(2\widetilde{J}-1)w_2\delta_3^2-32(2\widetilde{J}-1)w_1\delta_3^2+\\
&+ \quad 128(2\widetilde{J}-1-5\widetilde{G})v_3w_2\delta_3+128(2\widetilde{J}-1-5\widetilde{G})v_3w_1\delta_3.
\end{aligned}
$$

Известно, что ряды теории возмущений являются асимптотическими, а вершины взаимодействия флуктуаций параметров порядка во флуктуационной области достаточно велики, чтобы можно было непосредственно применять выражения (5). Поэтому с целью извлечения из полученных выражений нужной физической информации был применен обобщенный на многопараметрический случай метод Паде-Бореля. При этом прямое и обратное преобразования Бореля имеют вид

$$
\begin{aligned}
&f(v_1,v_2,v_3,\delta_1,\delta_2,\delta_3,z_1,z_2,w_1,w_2)=\\
&\qquad=\sum_{i_1,\ldots,i_{10}} c_{i_1\ldots i_{10}}v_1^{i_1}v_2^{i_2}v_3^{i_3}\delta_1^{i_4}\delta_2^{i_5}\delta_3^{i_6}z_1^{i_7}z_2^{i_8}w_1^{i_9}w_2^{i_{10}}= \qquad (6)\\
&\qquad\qquad=\int\limits_0^\infty e^{-t}F(v_1t,v_2t,v_3t,\delta_1t,\delta_2t,\delta_3t,z_1t,z_2t,w_1t,w_2t)dt,\\
&F(v_1,v_2,v_3,\delta_1,\delta_2,\delta_3,z_1,z_2,w_1,w_2)=
\end{aligned}
$$

$$= \sum_{i_1,...,i_{10}} \frac{c_{i_1,...,i_7}}{(i_1+...+i_{10})!} v_1^{i_1} v_2^{i_2} v_3^{i_3} \delta_1^{i_4} \delta_2^{i_5} \delta_3^{i_6} z_1^{i_7} z_2^{i_8} w_1^{i_9} w_2^{i_{10}}.$$

Для аналитического продолжения борелевского образа функции вводится ряд по вспомогательной переменной θ:

$$\tilde{F}(v_1, v_2, v_3, \delta_1, \delta_2, \delta_3, z_1, z_2, w_1, w_2, \theta) = \tag{7}$$
$$= \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k \sum_{i_1,...,i_{10}} \frac{c_{i_1...i_{10}}}{k!} v_1^{i_1} v_2^{i_2} v_3^{i_3} \delta_1^{i_4} \delta_2^{i_5} \delta_3^{i_6} z_1^{i_7} z_2^{i_8} w_1^{i_9} w_2^{i_{10}} \delta_{(i_1+...+i_{10}),k} \ ;$$

к которому применяется аппроксимация Паде [L/M] в точке $\theta = 1$.

В двухпетлевом приближении для вычисления β-функций был использован аппроксимант [2/1]. Природа критического поведения определяется существованием устойчивой фиксированной точки, удовлетворяющей системе уравнений:

$$\beta_i(v_1^*, v_2^*, v_3^*, \delta_1^*, \delta_2^*, \delta_3^*, z_1^*, z_2^*, w_1^*, w_2^*) = 0 \qquad (i = 1, ..., 10). \tag{8}$$

Требование устойчивости фиксированной точки сводится к условию, чтобы собственные значения b_i матрицы

$$B_{i,j} = \frac{\partial \beta_i(v_1^*, v_2^*, v_3^*, \delta_1^*, \delta_2^*, \delta_3^*, z_1^*, z_2^*, w_1^*, w_2^*)}{\partial v_j} \tag{9}$$

$$(v_i, v_j \equiv v_1^*, v_2^*, v_3^*, \delta_1^*, \delta_2^*, \delta_3^*, z_1^*, z_2^*, w_1^*, w_2^*)$$

лежали в правой комплексной полуплоскости.

Полученная система просуммированных β-функций содержит широкое разнообразие фиксированных точек, лежащих в физической области значений вершин ($v_i \geq 0$, $\delta_i \geq 0$, $i = 1, 2, 3$). Полный анализ фиксированных точек, соответствующих критическому поведению только одного параметра порядка, приведен в работе [3]. Фиксированные точки однородной системы, описываемой двумя параметрами порядка, с эффектами дальнодействия были получены в работе [5]. Фиксированные точки, отвечающие за мультикритическое поведение сжимаемых однородных, приведены в Таблице 1, неупорядоченных систем — в Таблице 2. В обеих таблицах введен дополнительный параметр

$$p = (v_3 + (z_1 z_2 - w_1 w_2 - \delta_3)/2)^2 -$$
$$-(v_1 + (z_1^2 - w_1^2 - \delta_1)/2)(v_2 + (z_2^2 - w_2^2 - \delta_2)/2),$$

определяющий тип мультикритического поведения. При значениях $p > 0$ в системе наблюдается бикритическое поведение, в обратном случае $p \leq 0$ – тетракритическое.

Анализ значений фиксированных точек однородных сжимаемых систем с эффектами дальнодействия и их устойчивости позволяет сделать ряд выводов. Для всех значений параметра дальнодействия $1,5 < a < 2$ на фазовой диаграмме вещества может наблюдаться тетракритическое поведение ($p < 0$), для этого

Таблица 1. Значения фиксированных точек и собственных значений матрицы устойчивости однородных систем.

N	v_1^*, v_2^*, v_3^*	z_1^*, z_2^*	w_1^*, w_2^*	b_1, b_2, b_3	b_4, b_5	b_6, b_7	p
$a = 1,6$							
1,1	0,027427 0,027427 0,026699	0,224319 -0,224319	0,111301 -0,111301	0,157 0,738 0,919	1,118 0,138	1,798 0,256	-0,002092
1,2	0,027427 0,027427 0,026699	0,224319 -0,224319	0,224319 -0,224319	0,157 0,738 0,919	1,118 0,138	-1,050 -1,188	-0,000039
$a = 1,7$							
2,1	0,031287 0,031287 0,031334	0,248013 -0,248013	0 0	0,113 0,629 0,809	1,675 0,095	2,546 0,041	-0,003849
2,2	0,031287 0,031287 0,031334	0,248013 -0,248013	0,248013 -0,248013	0,113 0,629 0,809	1,675 0,095	-1,580 -1,675	0,000039
$a = 1,8$							
3,1	0,033682 0,033682 0,034575	0,266919 -0,266919	0 0	0,090 0,571 0,753	1,831 0,104	2,980 0,115	-0,004802
3,2	0,033682 0,033682 0,034575	0,266919 -0,266919	0,266919 -0,266919	0,090 0,571 0,753	1,831 0,104	-1,954 -2,079	0,000061
$a = 1,9$							
4,1	0,035842 0,035842 0,039202	0,297071 -0,297071	0 0	0,069 0,505 0,702	2,079 0,125	3,765 0,049	-0,079943
4,2	0,035842 0,035842 0,039202	0,297071 -0,297071	0,297071 -0,297071	0,069 0,505 0,702	2,079 0,125	-1,954 -2,079	0,000252

константы, характеризующие стрикционное взаимодействие флуктуирующих параметров порядка с деформационными степенями свободы, должны быть разного знака. Для систем, характеризующихся стрикционными константами одного знака, устойчивых фиксированных точек не существует, что свидетельствует о срыве на фазовый переход первого рода. Устойчивые фиксированные точки (ФТ), описывающие тетракритическое поведение системы в интервале значений параметра порядка $1,6 < a < 2$ (ФТ 2.1, 3.1, 4.1), характеризуются нулевыми значениями эффективных зарядов w_1^* и w_2^*, свидетельствующих о том, что данная тетракритическая точка должна наблюдаться при постоянном объеме системы. При значении параметра дальнодействия $a = 1,6$ эффективные заряды w_1^* и w_2^* отличны от нуля (ФТ 1.1). По-видимому, данное отличие

Таблица 2. Значения фиксированных точек и собственных значений матрицы устойчивости неупорядоченных систем.

N	v_1^*, v_2^*, v_3^*	δ_1^*, δ_2^*, δ_3^*	b_1, b_2, b_3	b_4, b_5, b_6
$a = 1,6$				
1,3	0	-0,630515	11,225	22,854
	0	-0,630515	15,069	22,854
	0	-3,713534	15,069	17,439
$a = 1,7$				
2,3	0	-0,320512	2,239	11,106
	0	-0,320512	2,239	11,116
	0	-1,932190	5,197	9,250
$a = 1,8$				
3,3	0	-0,256437	2,068	8,642
	0	-0,256437	2,068	8,642
	0	-1,545749	3,890	7,441
$a = 1,9$				
4,3	0	-0,223270	1,224	3,149
	0	-0,223270	1,338	7,349
	0	-0,790114	1,338	7,349

обусловлено тем, что в отсутствие упругих деформаций система демонстрирует тетракритическое поведение при $a = 1,6$ и бикритическое при остальных значениях параметра дальнодействия $1,6 < a < 2$. Кроме тетракритических точек упругие деформации приводят к возможности появления на фазовой диаграмме вещества критических точек более высокого порядка. Так, фиксированные точки 1,2, 2,2, 3,2, 4,2 характеризуются равенством эффективных зарядов $z_1 = w_1$ и $z_2 = w_2$, то есть в них пересекаются по две линии трикритического поведения, вследствие чего они соответствуют критическим точкам четвертого порядка. Данные фиксированные точки не являются устойчивыми в рамках выбранного приближения, однако для полного разрешения вопроса об их устойчивости необходим учет в исходном гамильтониане кубических слагаемых по деформационным степеням свободы.

Как хорошо видно из таблицы 2, фиксированные точки неупорядоченной «жесткой» системы лежат в нефизической области значений $(\delta_1, \delta_2 < 0)$. Более того, все устойчивые фиксированные точки имеют достаточно большие значения по модулю, для которых неприменимы положения используемой теории. Отсюда можно сделать вывод о неустойчивости всех фиксированных точек, лежащих в физической области значений эффективных зарядов, и, как следствие, об отсутствии на фазовой диаграмме вещества мультикритических точек. Нахождение устойчивых фиксированных точек сжимаемых неупорядоченных систем лишено смысла, так как они характеризуются теми же значениями эффективных зарядов v_i, δ_i, что и несжимаемые системы, а потому также будут

лежать в нефизической области. Таким образом, введение в систему замороженных дефектов структуры приводит к размытию мультикритического поведения.

Литература

1. Fisher M. E., Ma S.-k., Nickel B. G. Critical exponents for long-range intraction // Phys. Rev. Lett. 1972. V.29. P.917.
2. Белим С.В. Влияние эффектов дальнодействия на критическое поведение трехмерных систем// Письма в ЖЭТФ. 2003. № 77. В. 2. С. 118-120.
3. Белим С.В. Влияние упругих деформаций на критическое поведение неупорядоченных систем с эффектами дальнодействия//ЖЭТФ. 2003. Т.124. Вып.6. С.507-513.
4. Белим С.В. Прудников В.В. Трикритическое поведение сжимаемых систем с замороженными дефектами структуры // ФТТ. 2001. Т.43, Вып.7. С.1299.
5. Белим С.В. Влияние эффектов дальнодействия на мультикритическое поведение однородных систем // ЖЭТФ. 2004. Т.125. Вып.1. С.152.
6. Прудников В.В., Прудников П.В., Федоренко А.А.// ФТТ. 2000. Т.42, N.1. С.158.
7. Белим С.В. Влияние стрикционных эффектов на мультикритическое поведение однородных систем // Письма в ЖЭТФ. 2002. N.75. Вып.9. С.547-550.
8. Imry Y. Tricritical Points in Compressible Magnetic Systems // Phys. Rev. Lett. B. 1974. V.33. P.1304.
9. Ларкин А.И., Пикин С.А. // ЖЭТФ. 1969. Т.56. С.1664.
10. Bergman D.J., Halperin B.I. Critical behavior of an Ising model on a cubic compressible lattice // Phys.Rev.B. 1976. V.13, N.4. P.2145.
11. Amit D. Field theory the renormalization group and critical phenomena. New York: McGraw-Hill, 1976.
12. Zinn-Justin J. Quantum field theory and critical phenomena. Oxford: Clarendon Press, 1989.