

# О ФОРМИРОВАНИИ ВЕРОЯТНОСТНО-СТАТИСТИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ У УЧАЩИХСЯ 5-6 КЛАССОВ

**Н.Г. Русанова**

This paper shows us how it is important to have a probability-statistical method of thinking and how it is useful to form it just in the early school age.

## 1. Введение

Чему и как учить в школе, по-видимому, всегда будет принадлежать к числу вечных проблем, которые постоянно возникают даже после того, как им дано решение, лучшее по сравнению с предшествующим. И это неизбежно, поскольку непрерывно изменяются наши научные знания и подходы к объяснению окружающих нас явлений.

Уже долгое время одной из наиболее актуальных проблем методики преподавания математики остается проблема введения в школьный курс вероятностно-статистической линии, которая давала бы возможность познакомить всех учащихся с миром случайного, с самых ранних лет формировать у них умение накапливать и систематизировать представление о свойствах окружающих явлений.

К особенностям новой линии можно отнести то, что в ней много рассуждений, мало формул, отсутствуют громоздкие вычисления, а главное, открыт большой простор для творческой деятельности учащихся.

Эта линия требует своеобразных форм, средств и приемов обучения, соответствующих возрасту и интересам учащихся: дидактических игр и экспериментов, живых наблюдений и предметной деятельности. Изучение вероятностно-статистического материала должно быть направлено на развитие личности школьника, расширять возможности его общения с современными источниками информации, совершенствовать коммуникативные способности и умение ориентироваться в общественных процессах, анализировать ситуации и принимать обоснованные решения, обогащать систему взглядов на мир осознанными представлениями о закономерностях в массе случайных фактов.

---

© 1999 Н.Г. Русанова

E-mail: rusanova@math.omsu.omskreg.ru

Омский государственный университет

## **2. Формирование вероятностно-статистического мышления у учащихся**

В настоящее время теория вероятностей завоевала очень серьезное место в науке и прикладной деятельности. Ее идеи, методы и результаты не только используются, но буквально пронизывают все естественные и технические науки, экономику, планирование, организацию производства, связи, а также такие далекие, казалось бы, от математики науки, как лингвистику и археологию.

«Классические представления о господстве в природе строго детерминистических закономерностей являются лишь первым приближением к тому, что реально происходит. Так современное естествознание исходит из представления, согласно которому все явления природы носят статистический характер и ее законы могут получить достаточно полную и точную формулировку только в терминах теории вероятностей» [8].

Научить школьника статистическим взглядам на природу вещей непросто, так как овладение формулировками и терминами теории вероятностей, о которых говорилось выше, требуют определенной математической подготовки. Однако, практика показывает что человеку, не понявшему вероятностных идей в детстве, в более зрелом возрасте они даются нелегко, ибо многое в теории вероятностей вроде бы противоречит жизненному опыту, а переделать психику на новый способ мышления у взрослого человека гораздо сложнее. Поэтому важной задачей является знакомство с идеями теории вероятностей еще в школьном возрасте.

Важной причиной этому является еще и то, что мы постоянно сталкиваемся с вероятностной терминологией в политических и научных тестах, широко используем ее в повседневной речи. Она звучит в прогнозе погоды, когда речь заходит о вероятности дождя, в выступлении политика, когда он оценивает шансы или анализирует данные, в разговоре экономиста, организатора производства, ученого. Поэтому вряд ли можно считать образованным человека, хотя бы в общих чертах не знакомого со взаимоотношением между «необходимым» и «случайным».

В значительной мере по этой причине элементы теории вероятностей введены в курс средней школы в Японии, Франции, Венгрии, США или вводятся путем широко поставленного эксперимента в школах Новой Зеландии, Англии и ряде других стран.

В нашей стране уже предпринимались попытки введения в школьный курс математики элементов комбинаторики и теории вероятностей, но в последующем эти разделы были исключены из программы. Затем изучение теории вероятностей было рекомендовано в рамках факультативных курсов для старшеклассников. В последние годы наблюдается повышенный интерес к проблеме формирования логико-вероятностного мышления школьников [9]. В научно-методической литературе все чаще стали появляться публикации, описывающие попытки изучения элементов теории вероятностей и статистики в 5-8 классах.

И вот введение элементов теории вероятностей в школьный курс матема-

тики, о необходимости которого так долго говорили все наши ученые, наконец-то произошло вновь. Сегодня мы имеем первые учебники [11] для массовой школы (для 5-8 классов), содержащие главы о вероятности.

Тематическое планирование глав по теории вероятностей в этих учебниках предусматривает два подхода: комбинаторный и вероятностно-статистический.

В своих разработках я придерживаюсь только вероятностно-статистического направления в изучении теории вероятностей. На мой взгляд, знакомство с этим направлением лучше начинать со следующих тем: случай, события, статистическая вероятность (частота).

Каждая из этих тем доступна даже школьникам младших классов средней школы, и вместе с тем содержит широкий спектр возможностей для творческой деятельности учащихся.

Особый интерес у школьников вызывает тема «События». На занятиях по этой теме возникает много споров и дискуссий, особенно если требуется определить, каким является то или иное событие (достоверным или невозможным). Не менее интересной является тема «Статистическая вероятность», так как она насыщена разнообразием игр и экспериментов.

### 3. Тема «Статистическая вероятность»

В качестве примера приведу разработку темы «Частота» для занятия в 5-6 классах. Хотелось бы обратить внимание на то, что это не глава из учебника для детей, а методическая разработка для учителя, проводящего занятие по этой теме.

Тема: Частота события.

Цель: Ознакомить школьников с понятием частоты события и свойствами частоты.

Эксперимент - это некоторое действие, которое может быть многократно повторено в одних и тех же условиях. Например, бросание кубика.

Прежде чем переходить непосредственно к экспериментам, введем понятие частоты некоторого исхода эксперимента, которым мы будем пользоваться.

На самом деле в жизни мы постоянно пользуемся этим понятием. Мы говорим, что «летом часто стоит жаркая погода», но остается еще вопрос: как часто? В обычной речи мы используем для ответа на этот вопрос слова «очень», «не очень», «совсем не» и так далее. Но, чтобы еще более конкретно ответить на этот вопрос, можно сказать: «60 из 90 летних дней были жаркими».

Сформулируем теперь определение частоты более строго.

Частотой (или статистической вероятностью) какого-то события  $A$  в данной серии испытаний называется отношение числа испытаний, при которых событие  $A$  произошло, к числу всех испытаний.

Пусть мы провели  $n$  испытаний, в которых событие  $A$  произошло  $m$  раз, тогда, если обозначить частоту события буквой  $W$ , можно записать:  $W(A) = m/n$ .

Итак, частота - это некоторая величина, которая характеризует любой исход данного эксперимента. Но характеризует его только приблизительно. Частота - это изменчивая величина.

Если, например, мы бросили 250 раз две монеты и получили в результате, что 60 раз выпало два орла, то это вовсе не означает, что если мы бросим эти две монеты еще 250 раз, то у нас два орла выпадут опять 60 раз. И, если мы говорим, что при бросании одной монеты орел и решка выпадают примерно поровну, то это не означает, что всегда орлов и решек будет выпадать строго одинаковое количество раз.

Итак, изменчивость - это важное свойство частоты.

Но для большинства случайных событий частота обладает еще одним важным свойством: устойчивостью.

При проведении экспериментов с двумя кубиками, получить в сумме 2 или 12 гораздо сложнее, чем, например, 6, 7 или 8. Какими маленькими эти частоты были при первом эксперименте, такими маленькими они останутся на протяжении и последующих экспериментов.

Таким образом, как бы сложны и запутаны не были случайные явления, во многих из них наблюдается вполне определенный порядок, устойчивость частот. Законы эти столь же неизменны и недвусмысленны, как и все другие законы природы, открытые и используемые человеком.

Для того, чтобы школьники лучше усвоили материал, полезно дать им возможность на личном опыте убедиться в правильности теории. Для этого школьникам предлагается проделать несколько экспериментов.

Эксперимент 1.

Нарисуем на большом листе бумаги прямоугольник 14 на 15 клеток. Между четырнадцатью детьми распределяем номера от 1 до 14. Каждый ставит свою фишку на линию старта (линия размером в 14 клеток) на клетку с соответствующим номером. (Если есть возможность провести эту игру на улице, то можно нарисовать клетки достаточно большими и расставить в них не фишки, а самих детей). Бросаем теперь два кубика. После каждого подбрасывания тот ребенок, чей номер равен сумме очков на выпавших гранях, продвигается на одну клетку вперед (в сторону финиша). Выигрывает тот, кто первый достигнет финиша.

Комментарий для преподавателя.

Сначала номера распределяются среди детей случайным образом. В последующих играх им дается возможность самим выбрать себе номер. Это можно организовать, например, так: тот, кто выиграл в предыдущей игре, выбирает себе фишку последним, а тот, кто ближе всего остался к линии старта, - первым. Очень скоро дети догадываются, что некоторые из них находятся в более благоприятных условиях, чем другие, и что участники, получившие номера 1, 13, 14, не имеют никакого шанса продвинуться вперед. К этому моменту дети уже сами находят причину этого: имея два кубика, невозможно получить в сумме одно очко или число очков, большее двенадцати. Тогда в следующей игре эти числа надо убрать. Если, предположим, игра закончилась победой участника с фишкой 10, то в следующей игре дети, как правило, хотят получить этот номер. Некоторые, подумав, выбирают 6, 7, 8 или 9, но никто не хочет брать 2, 3, 4, 5, 11, 12. После нескольких игр дети замечают, что 6, 7 и 8 выпадают гораздо чаще других.

## Эксперимент 2.

Перед началом соревнований футболисты выбирают по жребию ворота, волейболисты - сторону площадки, шахматисты - цвет фигур. Например, судья подбрасывает монету, а капитан команды называет орел или решка. Ни один из капитанов не получает преимущества: орел или решка выпадают одинаково часто. В этом случае все понятно. Если мы будем проводить такой эксперимент много раз, то частоты появления орла и решки будут приблизительно одинаковы, около 0.5.

А что, если подбросить две монеты сразу? Результатов возможно три: либо выпадет два орла, либо две решки, либо один орел и одна решка. И, кажется, нет никаких оснований думать, что монета «предпочтет» какой-либо из этих вариантов. Значит, если провести эксперименты и посчитать частоты полученных событий, то они должны быть приблизительно одинаковыми.

Детям предлагается эксперимент: подбросить две монеты 200 раз и выписать результаты эксперимента, то есть выписать число выпадений двух орлов, двух решек и число выпадений орла и решки.

И что же получается? Кажется, не имеющие разума монеты все же почему-то предпочитают больше выпадать разными сторонами, чем, например, двумя решками. А ведь это вовсе не удивительно, если внимательно разобраться. Результат бросания одной монеты никак не зависит от результата бросания другой монеты, то есть первая монета может упасть вверх орлом или решкой и вторая монета тоже - орлом или решкой. Следовательно, получаем не три возможных результата, а четыре:

орел на первой монете и орел на второй монете,  
орел на первой монете и решка на второй монете,  
решка на первой монете и орел на второй монете,  
решка на первой монете и решка на второй монете.

И если посчитать значения частоты для каждого из этих четырех исходов, то получим приблизительно одинаковые значения.

## Эксперимент 3.

Поставим 120 фишек на кружок А.

Первый этап: будем подбрасывать монету и перемещать фишки одну за другой из А в Б, если выпадет орел, и из А в В, если выпадет решка.

Второй этап: пусть все фишки уже находятся в Б и в В. С фишками из Б поступим так: будем подбрасывать кубик и перемещать фишки одну за другой - если выпало одно очко, то в Д, иначе в Г - и так до тех пор, пока кружок Б не опустеет. Тогда перейдем к фишкам из В: при выпадении одного очка будем отправлять их в Д, при выпадении других очков - в Е, и так до тех пор, пока кружок В не опустеет.

Сколько приблизительно фишек окажется в кружках Г, Д, Е?

Перед началом эксперимента каждый школьник может сделать свои предсказания о том, сколько фишек окажется в Г, Д, Е, и после окончания эксперимента сравнить свои предсказания с результатом эксперимента.

Проанализируем теперь эту ситуацию. После первого этапа, как мы уже знаем, фишки приблизительно разделятся пополам, то есть около 60 фишек

окажется в Б и около 60 - в В. В течение второго этапа примерно 5/6 фишек из Б окажется в Г, то есть около 50 фишек; точно так же примерно 50 фишек из В окажется в Е; все остальные, то есть около 20 фишек, окажется в Д.

В качестве домашнего задания можно предложить детям следующие эксперименты.

1. Разных людей (100 человек) просят назвать любое число от 51 до 100 включительно. После записи всех ответов определяется количество четных и нечетных чисел. Частоты их появления должны быть примерно равные.

2. Бросается кубик 200 раз. Каждая из шести граней выпадает одинаково часто.

3. Из телефонного справочника выписывается каждая последняя цифра двухсот наугад выбранных номеров или взятых подряд номеров. Частоты появления каждой из десяти цифр (0, 1, ..., 9) примерно одинаковы.

## 4. Заключение

Чтобы обучение было успешным, формы, средства и приемы обучения должны соответствовать возрасту и интересам учащихся. Полезны будут занятия в игровой форме. Перед проведением экспериментов можно предложить школьникам выдвинуть гипотезу о возможном результате, попытаться спрогнозировать ситуацию. Использование таких форм обучения развивает у школьников умение рассуждать, выдвигать гипотезы и приводить их обоснование, рассматривать различные случаи возможного развития событий, учитывать все варианты.

Выделим основные задачи, которые могут быть решены в рамках занятий по теории вероятностей: подготовка учащихся к пониманию случайного характера многих процессов и явлений, формирование вероятностных представлений об окружающем мире; формирование адекватных представлений о свойствах случайных явлений; формирование и развитие вероятностной интуиции.

«Мы видим, таким образом, что статистические концепции необходимы не только тому, кто посвятит свою жизнь естественным наукам. В не меньшей мере они нужны и будущим представителям гуманитарных направлений деятельности. Они не могут оставаться во власти только представлений механического детерминизма. После школы молодые граждане должны отчетливо понимать, что в природе и общественной жизни далеко не все процессы сводятся к чисто детерминистическим, большинство носит статистический характер. Школьники не должны лишаться этого более широкого взгляда на жизнь природы и на гуманитарные исследования. Интересы развития всех направлений науки требуют введения в школьное образование элементов вероятностно-статистического мышления» [8].

## ЛИТЕРАТУРА

1. Арлей Н., Бух К. *Введение в теорию вероятностей и математическую статистику*. М.: Изд-во иностранной литературы, 1951.

2. Баврин И.И., Фрибус Е.А. *Старинные задачи*. М.: Просвещение, 1994.
3. Боброва О.А. *Теория вероятностей в 5-м классе? // Математика. Ежедневное приложение к газете «Первое сентября»*. 1994. N 11.
4. Бычкова Л.О., Селютин В.Д. *Об изучении вероятности и статистики в школе // Математика в школе*. 1991. N 6.
5. Варга Г., Глеман М. *Вероятность в играх и развлечениях*. М.: Просвещение, 1979.
6. Гнеденко Б.В. *К вопросу о содержании факультатива по теории вероятностей // Математика в школе*. 1987. N 3.
7. Гнеденко Б.В. *Курс теории вероятностей*. М.: Наука, 1988.
8. Гнеденко Б.В. *Статистическое мышление и школьное математическое образование // Математика в школе*. 1986. N 4.
9. Дядченко Г., Махмегов А., Шокуев В. *Развитие логико-вероятностного мышления в школе // Математика. Ежедневное приложение к газете «Первое сентября»*. 1994. N 18.
10. Крутецкий В.А. *Психология математических способностей школьников*. М.: Просвещение, 1968.
11. *Математика-6: Учебник / Под редакцией Дорофеева Г.В., Шарыгина И.Ф.* – М.: Дрофа, 1997.
12. Русанова Н.Г. *Формирование вероятностно-статистического мышления у учащихся 5-6 классов: Дипломная работа*. Омск: ОмГУ, 1998.
13. Скороход А.В. *Вероятность вокруг нас*. Киев: Наукова думка, 1980.